CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

Osiągnięcia uczniów kończących VIII klasę szkoły podstawowej

Sprawozdanie za rok **2019**

EGZAMIN ÓSMOKLASISTY

Matematyka

Warszawa 2019

Opracowanie

Edyta Warzecha (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Grażyna Miłkowska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Elżbieta Rzepecka (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu)
Karolina Kołodziej (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie)
Urszula Mazur (Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie)

OPIEKA MERYTORYCZNA:

dr Marcin Smolik (Centralna Komisja Egzaminacyjna)

WSPÓŁPRACA

Agata Wiśniewska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Mariola Jaśniewska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Beata Dobrosielska (Centralna Komisja Egzaminacyjna)
Pracownie ds. Analiz Wyników Egzaminacyjnych okręgowych komisji egzaminacyjnych

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00, fax 22 536 65 04
e-mail: sekretariat@cke.gov.pl
www.cke.gov.pl

Spis treści

1. Opis arkusza standardowego

Uczniowie bez dysfunkcji oraz uczniowie z dysleksją rozwojową rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-100-1904.

Arkusz standardowy zawierał 21 zadań. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań można było uzyskać maksymalnie 30 punktów, w tym 15 punktów (50%) za rozwiązanie zadań zamkniętych oraz 15 punktów (50%) za rozwiązanie zadań otwartych. Wśród zadań zamkniętych większość stanowiły zadania wyboru wielokrotnego, w których należało wybrać jedną z podanych odpowiedzi, w trzech zadaniach typu prawda-fałsz − ocenić prawdziwość zdań, a w jednym − wskazać poprawne uzupełnienia dwóch zdań. Zadania otwarte wymagały od ósmoklasistów uważnej analizy treści i występujących w nich elementów graficznych, zaplanowania i zapisania kolejnych etapów rozwiązania oraz sformułowania odpowiedzi.

2. Dane dotyczące populacji uczniów

TABELA 1. UCZNIOWIE ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZU STANDARDOWYM

Liczba uczniów		**361 176**
Uczniowie	bez dysleksji rozwojowej	307 060
	z dysleksją rozwojową	54 116
	dziewczęta	179 164
	chłopcy	182 012
	ze szkół na wsi	134 644
	ze szkół w miastach do 20 tys. mieszkańców	59 856
	ze szkół w miastach od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	70 590
	ze szkół w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców	96 086
	ze szkół publicznych	344 129
	ze szkół niepublicznych	17 047
	rozwiązujący zadania w języku litewskim	20

Z egzaminu zwolniono 1084 uczniów – laureatów i finalistów olimpiad przedmiotowych oraz laureatów konkursów przedmiotowych o zasięgu wojewódzkim lub ponadwojewódzkim.

TABELA 2. UCZNIOWIE ROZWIĄZUJĄCY ZADANIA W ARKUSZACH DOSTOSOWANYCH

Uczniowie	z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera	2015
	słabowidzący i niewidomi	863
	słabosłyszący i niesłyszący	1254
	z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim	5058
	z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym	97
	z niepełnosprawnościami sprzężonymi	108
	o których mowa w art. 165 ust. 1 ustawy[1] (cudzoziemcy)	1682
	Ogółem	**11 077**

[1] Ustawa z dnia 14 grudnia 2016 r. *Prawo oświatowe* (tekst jedn. Dz.U. z 2019 r. poz. 1148).

3. Przebieg egzaminu

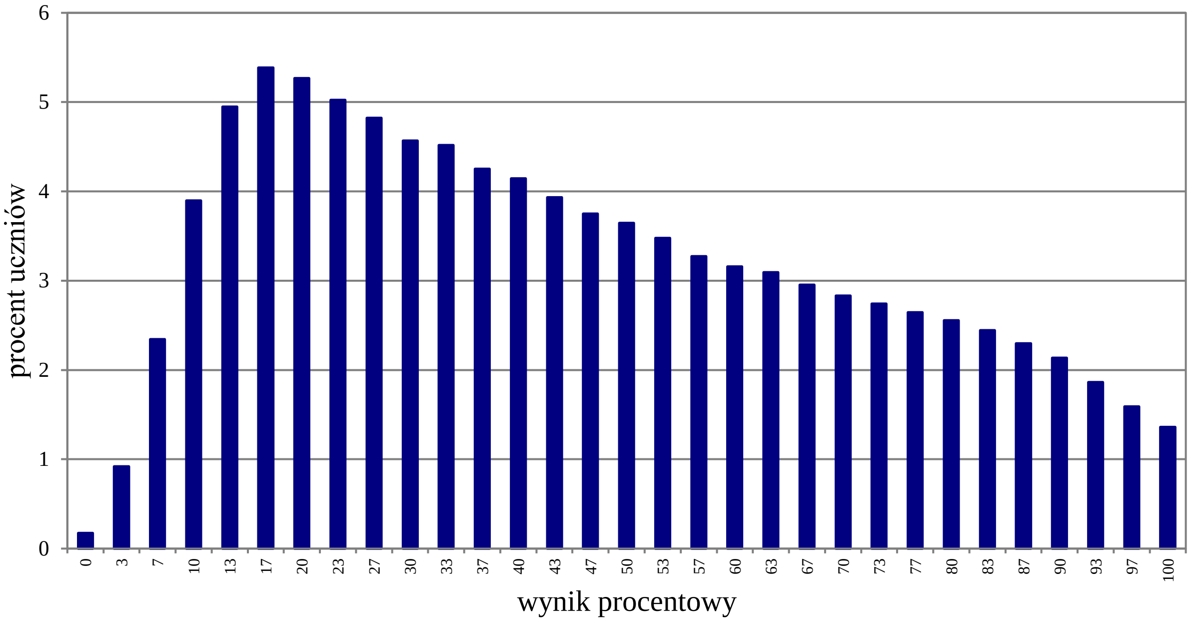
TABELA 3. INFORMACJE DOTYCZĄCE PRZEBIEGU EGZAMINU

<table>
<tr><td colspan="3">Termin egzaminu</td><td>16 kwietnia 2019 r.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Czas trwania egzaminu</td><td>100 minut dla uczniów rozwiązujących zadania w arkuszu standardowym lub czas przedłużony zgodnie z przyznanym dostosowaniem</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba szkół</td><td>12 376</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba zespołów egzaminatorów</td><td>222</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba egzaminatorów</td><td>4231</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba obserwatorów[2] (§ 8 ust. 1)</td><td>623</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Liczba unieważnień[2]</td><td colspan="3">w przypadku:</td></tr>
<tr><td>art. 44zzv pkt 1</td><td>stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia</td><td>0</td></tr>
<tr><td>art. 44zzv pkt 2</td><td>wniesienia lub korzystania przez ucznia w sali egzaminacyjnej z urządzenia telekomunikacyjnego</td><td>2</td></tr>
<tr><td>art. 44zzv pkt 3</td><td>zakłócania przez ucznia prawidłowego przebiegu egzaminu ósmoklasisty</td><td>1</td></tr>
<tr><td>art. 44zzw ust. 1</td><td>stwierdzenia podczas sprawdzania pracy niesamodzielnego rozwiązywania zadań przez ucznia</td><td>5</td></tr>
<tr><td>art. 44zzy ust. 7</td><td>stwierdzenia naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty</td><td>15</td></tr>
<tr><td>art. 44zzy ust. 10</td><td>niemożności ustalenia wyniku (np. zaginięcia karty odpowiedzi)</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">inne (np. złe samopoczucie ucznia)</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Liczba wglądów[3] (art. 44zzz ust. 1)</td><td>2454</td></tr>
</table>

[2] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 1 sierpnia 2017 r. w sprawie szczegółowych warunków i sposobu przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty (Dz.U. z 2017 r. poz. 1512, ze zm.).
[3] Ustawa z dnia 7 września 1991 r. o systemie oświaty (tekst jedn. Dz.U. z 2019 r. poz. 1481).

4. Podstawowe dane statystyczne

Wyniki uczniów



WYKRES 1. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 4. WYNIKI UCZNIÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
361 176	0	100	40	17	45	26

Wyniki uczniów w procentach, odpowiadające im wartości centyli i wyniki na skali staninowej

TABELA 5. WYNIKI UCZNIÓW W PROCENTACH, ODPOWIADAJĄCE IM WARTOŚCI CENTYLI I WYNIKI NA SKALI STANINOWEJ

Matematyka		
wynik procentowy	wartość centyla	stanin
0	1	1
3	2	
7	4	
10	8	2
13	13	
17	18	3
20	23	
23	28	4
27	33	
30	38	
33	43	
37	47	5
40	51	
43	55	
47	59	
50	63	
53	66	6
57	69	
60	72	
63	75	
67	78	
70	81	7
73	84	
77	87	
80	89	
83	91	8
87	94	
90	96	
93	98	9
97	99	
100	100	

Wyniki w skali centylowej i staninowej umożliwiają porównanie wyniku ucznia z wynikami uczniów w całym kraju. Na przykład jeśli uczeń z matematyki uzyskał 80% punktów możliwych do zdobycia (wynik procentowy), to oznacza, że jego wynik jest taki sam lub wyższy od wyniku 89% wszystkich zdających (wynik centylowy), a niższy od wyniku 11% zdających i znajduje się on w 7. staninie.

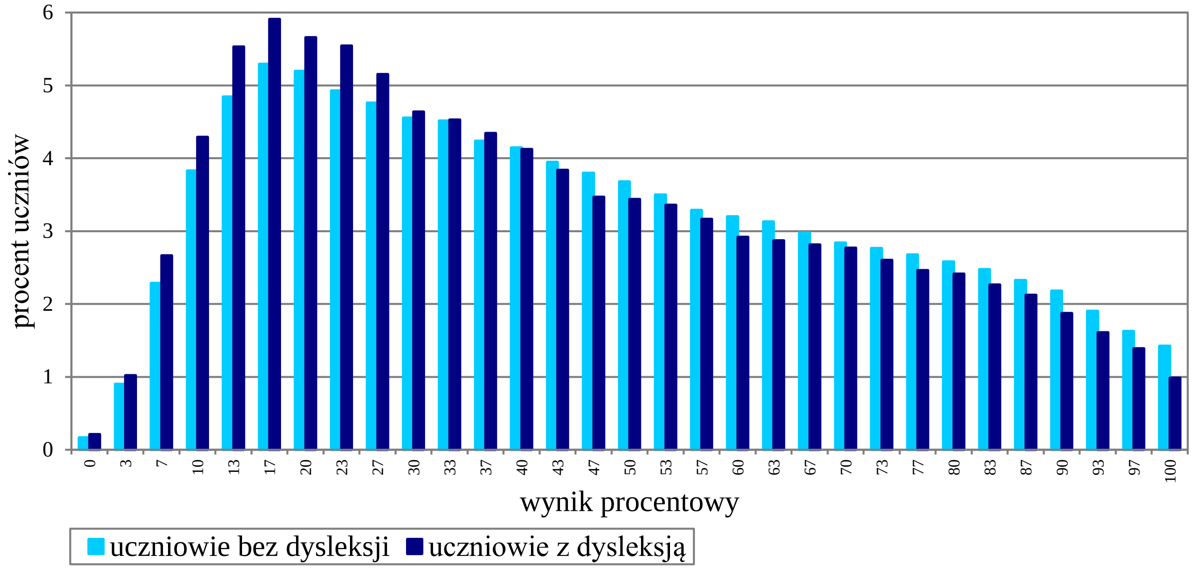
Średnie wyniki szkół[4] na skali staninowej

TABELA 6. WYNIKI SZKÓŁ NA SKALI STANINOWEJ

Stanin	Przedział wyników (w %)
1	10–22
2	23–29
3	30–34
4	35–39
5	40–44
6	45–50
7	51–57
8	58–66
9	67–94

Skala staninowa umożliwia porównywanie średnich wyników szkół w poszczególnych latach. Uzyskanie w kolejnych latach takiego samego średniego wyniku w procentach nie oznacza tego samego poziomu osiągnięć.

Wyniki uczniów bez dysleksji oraz uczniów z dysleksją rozwojową



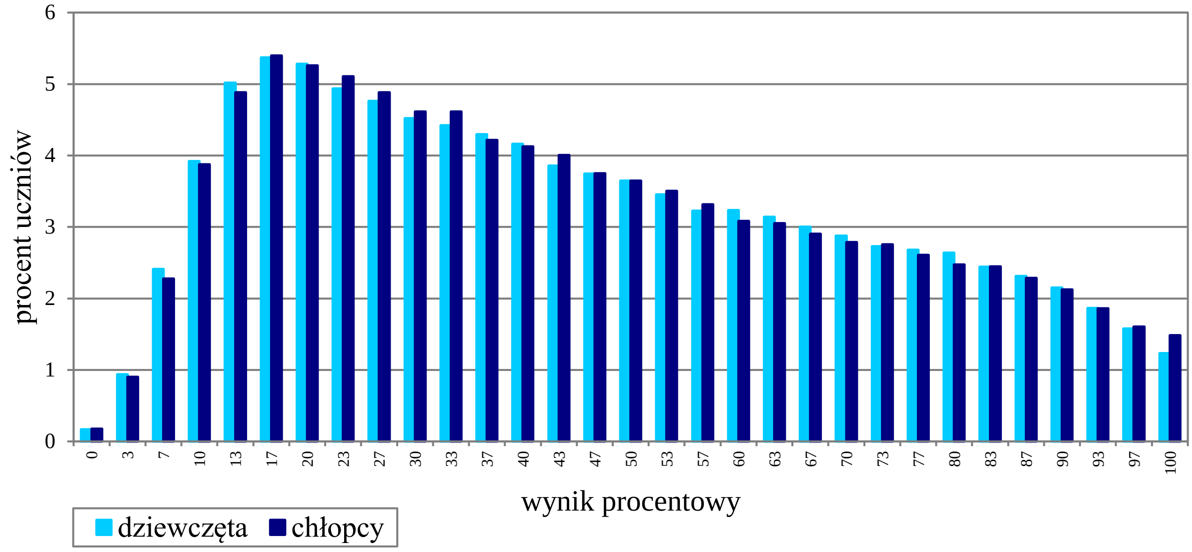
WYKRES 2. ROZKŁADY WYNIKÓW UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ

TABELA 7. WYNIKI UCZNIÓW BEZ DYSLEKSJI ORAZ UCZNIÓW Z DYSLEKSJĄ ROZWOJOWĄ – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Uczniowie bez dysleksji	307 060	0	100	43	17	46	26
Uczniowie z dysleksją rozwojową	54 116	0	100	40	17	43	26

[4] Ilekroć w niniejszym sprawozdaniu jest mowa o wynikach szkół w 2019 roku, przez szkołę należy rozumieć każdą placówkę, w której liczba uczniów przystępujących do egzaminu była nie mniejsza niż 5. Wyniki szkół obliczono na podstawie wyników uczniów, którzy wykonywali zadania z zestawu OMAP-100-1904.

Wyniki dziewcząt i chłopców



WYKRES 3. ROZKŁADY WYNIKÓW DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW

TABELA 8. WYNIKI DZIEWCZĄT I CHŁOPCÓW – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Płeć	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Dziewczęta	179 164	0	100	40	17	45	26
Chłopcy	182 012	0	100	40	17	45	26

Wyniki uczniów a wielkość miejscowości

TABELA 9. WYNIKI UCZNIÓW W ZALEŻNOŚCI OD LOKALIZACJI SZKOŁY – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Wieś	134 644	0	100	37	17	42	25
Miasto do 20 tys. mieszkańców	59 856	0	100	37	20	42	25
Miasto od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców	70 590	0	100	40	17	45	26
Miasto powyżej 100 tys. mieszkańców	96 086	0	100	50	17	52	27

Wyniki uczniów szkół publicznych i szkół niepublicznych

TABELA 10. WYNIKI UCZNIÓW SZKÓŁ PUBLICZNYCH I SZKÓŁ NIEPUBLICZNYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

	Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
Szkoła publiczna	344 129	0	100	40	17	45	26
Szkoła niepubliczna	17 047	0	100	60	90	57	29

Poziom wykonania zadań

TABELA 11. POZIOM WYKONANIA ZADAŃ

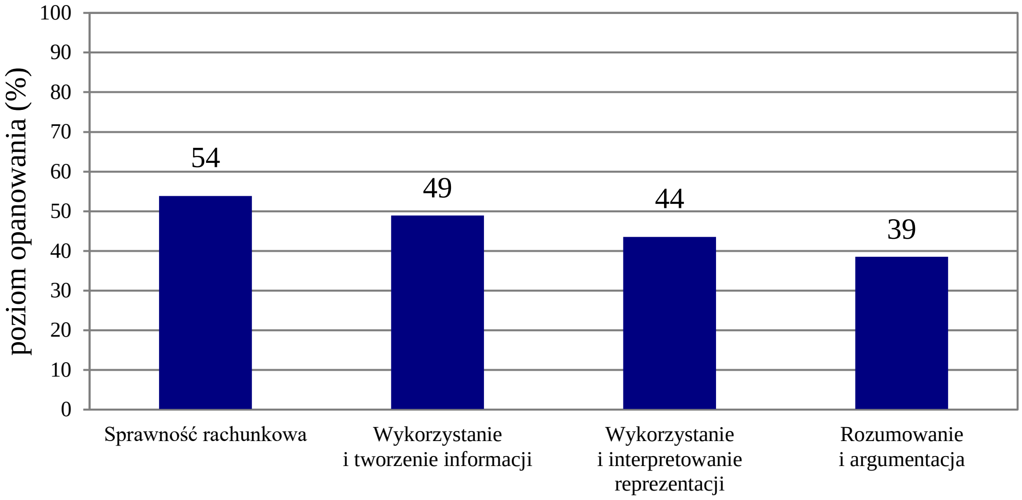
Numer zadania	Wymagania ogólne zapisane w podstawie programowej	Wymagania szczegółowe zapisane w podstawie programowej	Poziom wykonania zadania (%)
1.	**Podstawa programowa 2012** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach.	46
	Podstawa programowa 2017 II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach.	
2.	**Podstawa programowa 2012** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	4. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 11) zaokrągla ułamki dziesiętne.	34
	Podstawa programowa 2017 I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI I. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym. Uczeń: 4) zaokrągla liczby naturalne.	
3.	**Podstawa programowa 2017** III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich.	33
4.	**Podstawa programowa 2017** I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY VII i VIII II. Pierwiastki. Uczeń: 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki.	45
5.	**Podstawa programowa 2012** I. Sprawność rachunkowa.	2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych.	82
	Podstawa programowa 2017 I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV-VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 17) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b i zapisuje liczbę a w postaci: $a = b \cdot q + r$.	
6.	**Podstawa programowa 2017** III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 3) stosuje podział proporcjonalny. V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości.	51
7.	**Podstawa programowa 2017** IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie	KLASY VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.	56

	argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.		
8.	**Podstawa programowa 2017** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany; 4) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.	52
9.	**Podstawa programowa 2017** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII-VIII X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek; 3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku).	59
10.	**Podstawa programowa 2012** IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	11.Obliczenia w geometrii. Uczeń: 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.	48
	Podstawa programowa 2017 IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.	
11.	**Podstawa programowa 2017** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów.	63
12.	**Podstawa programowa 2012** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 6) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów. 9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta.	54
	Podstawa programowa 2017 III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY IV–VI IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń: 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur; 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta.	
13.	**Podstawa programowa 2017** III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).	47
14.	**Podstawa programowa 2012** III. Modelowanie matematyczne.	9. Wielokąty, koła, okręgi. Uczeń: 4) rozpoznaje i nazywa kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez.	44
	Podstawa programowa 2017 III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 5) oblicza objętość: […] prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.	

	1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.		
15.	**Podstawa programowa 2017** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe.	35
16.	**Podstawa programowa 2012** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%. 13. Elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach.	69
	Podstawa programowa 2017 II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych. V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 2) oblicza liczbę *a* równą *p* procent danej liczby *b*.	
17.	**Podstawa programowa 2012** III. Modelowanie matematyczne.	12. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s.	47
	Podstawa programowa 2017 III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.	
18.	**Podstawa programowa 2012** IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	14. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. 2. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 12) szacuje wyniki działań.	47
	Podstawa programowa 2017 IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY IV–VI XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także poznane poprawne metody. II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 12) szacuje wyniki działań.	
19.	**Podstawa programowa 2012** II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	4. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka. 5. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane.	32

	Podstawa programowa 2017 II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	KLASY IV–VI XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także poznane poprawne metody. II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 12) szacuje wyniki działań.	
20.	**Podstawa programowa 2012** IV. Rozumowanie i tworzenie strategii.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych. 6. Elementy algebry. Uczeń: 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym.	24
	Podstawa programowa 2017 IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY VII i VIII IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków […].	
21.	**Podstawa programowa 2012** III. Modelowanie matematyczne.	11. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.	38
	Podstawa programowa 2017 III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 1) oblicza obwód wielokąta o podanych długościach boków.	

Średnie wyniki uczniów w zakresie poszczególnych obszarów umiejętności



WYKRES 4. ŚREDNIE WYNIKI UCZNIÓW W ZAKRESIE POSZCZEGÓLNYCH OBSZARÓW UMIEJĘTNOŚCI

Komentarz

Egzamin ósmoklasisty z matematyki badał poziom opanowania przez zdających umiejętności określonych w podstawie programowej dla II etapu edukacyjnego sześcioletniej szkoły podstawowej[1] oraz dla klas VII i VIII ośmioletniej szkoły podstawowej[2].

Zestaw egzaminacyjny składał się z 21 zadań. Najliczniejszą grupę stanowiło trzynaście zadań, które dla tegorocznych ósmoklasistów okazały się trudne (poziom wykonania od 24% do 48%). Siedem zadań było umiarkowanie trudnych (poziom wykonania od 51% do 69%) oraz jedno zadanie łatwe (poziom wykonania 82%). Nie było zadań bardzo trudnych ani bardzo łatwych. Uczniowie uzyskali średnio za rozwiązanie zadań zamkniętych 50% punktów możliwych do zdobycia, a za rozwiązanie zadań otwartych – 40,5% punktów.

Pierwsze wymaganie ogólne, czyli sprawność rachunkowa, sprawdzane było trzema zadaniami zamkniętymi. Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 54% punktów możliwych do zdobycia. Najłatwiejsze z nich, zadanie 5., dotyczyło działań na liczbach naturalnych, w tym ustalenia wyniku dzielenia z resztą. Poprawną odpowiedź wybrało 82% uczniów. Zadanie osadzone było w kontekście praktycznym i okazało się najłatwiejszym zadaniem w całym zestawie. Dwa pozostałe zadania sprawdzające umiejętność *Sprawność rachunkowa* były zadaniami trudnymi. W zadaniu 4. należało oszacować wartości czterech wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe i porównać je z liczbą 10. Poprawnie rozwiązało je 45% zdających. Zadanie 2. wymagało ustalenia, ile jest liczb naturalnych różnych od 1450, których zaokrągleniem do rzędu dziesiątek jest liczba 1450. Poprawną odpowiedź wskazało 34% zdających. Prawie tak często, jak poprawną odpowiedź (9), ósmoklasiści wybierali liczbę 5 (31% uczniów). Najprawdopodobniej wzięli oni pod uwagę jedynie liczby mniejsze od liczby 1450.

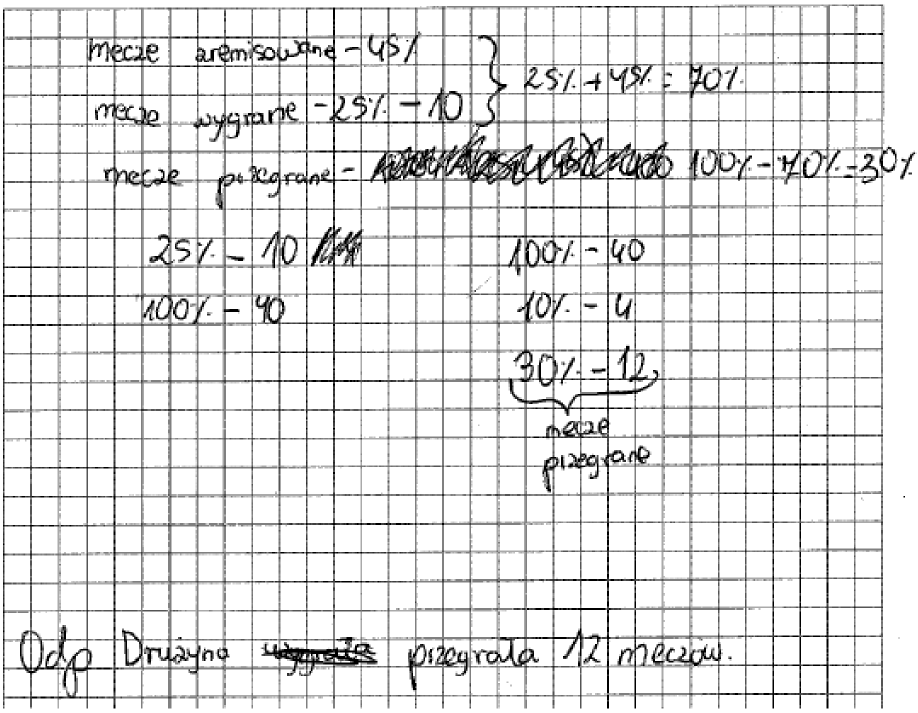
Drugie wymaganie ogólne, czyli wykorzystanie i tworzenie informacji, sprawdzane było siedmioma zadaniami, w tym pięcioma zamkniętymi i dwoma otwartymi. Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 49% punktów możliwych do zdobycia. Najłatwiejsze w tym obszarze okazało się dwupunktowe zadanie 16., za które ósmoklasiści uzyskali średnio 69% punktów możliwych do zdobycia. Jego rozwiązanie wymagało umiejętności interpretacji danych przedstawionych na diagramie, powiązania ich z informacjami podanymi w treści zadania i wykonania odpowiednich obliczeń procentowych w celu ustalenia liczby przegranych meczów. Analiza diagramu powinna doprowadzić do ustalenia, że mecze przegrane stanowią 30% wszystkich rozegranych meczów (jako uzupełnienie podanych wielkości do 100%), co w zestawieniu z informacją, że drużyna w ciągu całego sezonu wygrała 10 meczów, pozwalało obliczyć liczbę meczów przegranych. Zdający rozwiązywali zadanie na dwa

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 2012 r. poz. 977, ze zm.).

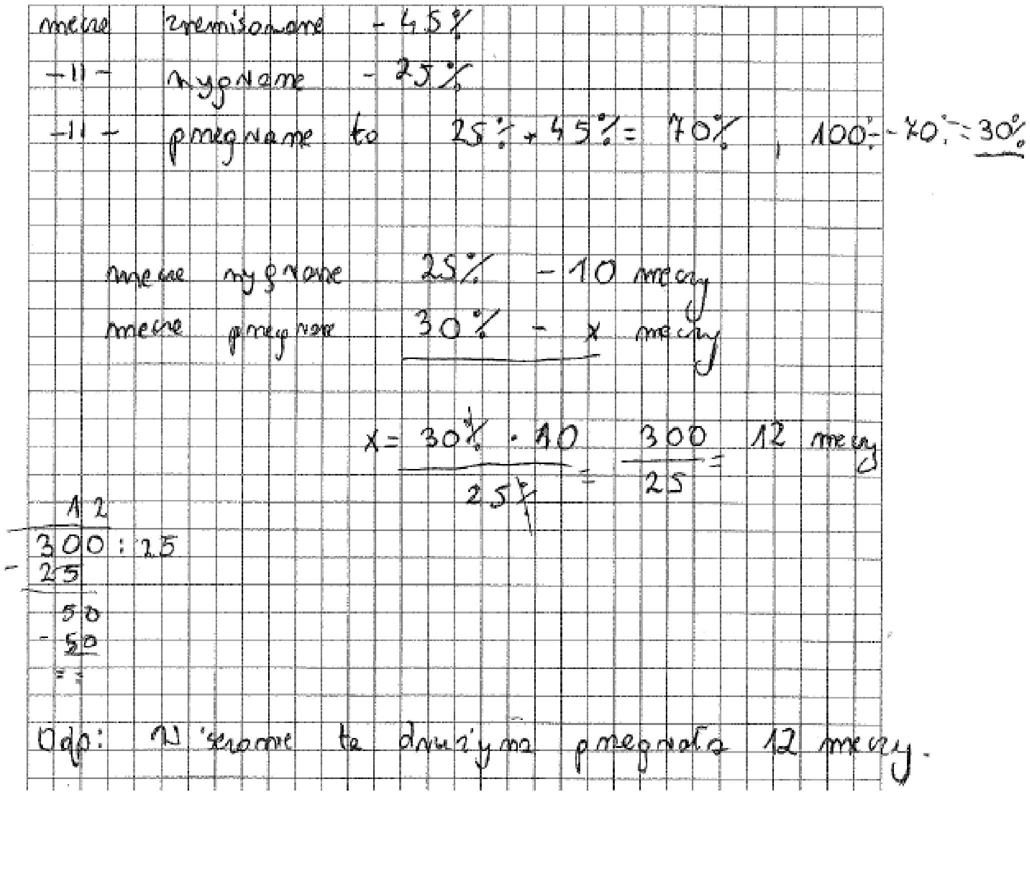
[2] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z 2017 r. poz. 356); II etap edukacyjny: klasy VII i VIII.

sposoby. Jedni najpierw wyznaczali liczbę wszystkich rozegranych przez drużynę meczów, a następnie obliczali 30% otrzymanej wielkości (przykład 1.). Inni od razu na podstawie informacji, że 10 meczów to 25% wszystkich rozegranych, wyznaczali liczbę meczów przegranych, korzystając z faktu, że stanowi ona 30% wszystkich meczów (przykład 2.).

Przykład 1.



Przykład 2.

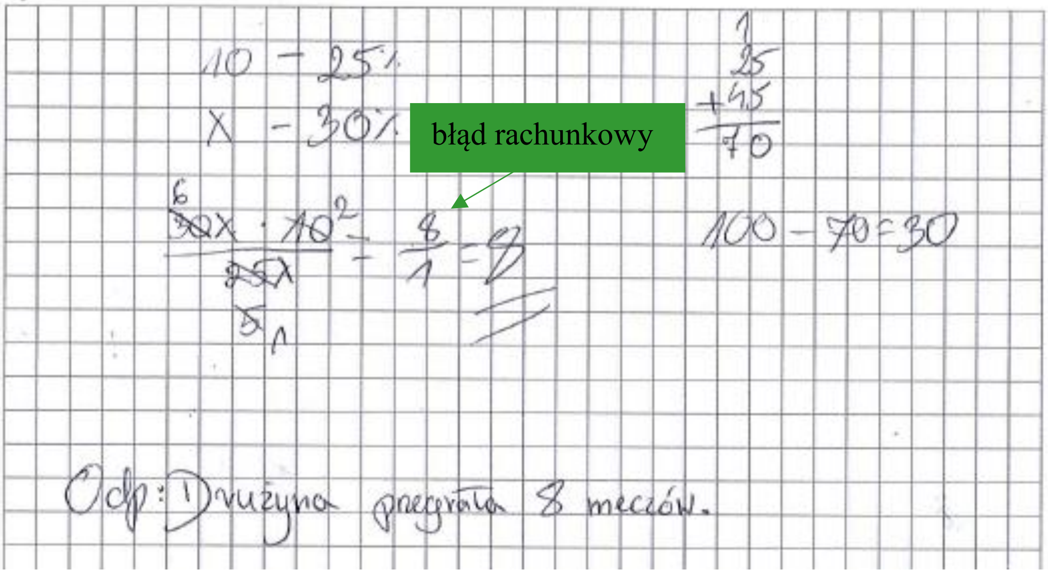


Przykłady 1. i 2. ilustrują w pełni poprawne rozwiązania zadania 16.

Ponad 66% ósmoklasistów, którzy podjęli próbę rozwiązania zadania, uzyskało maksymalną liczbę punktów. Niewiele ponad 5% egzaminowanych otrzymało 1 punkt, czyli co 20 zdający rozwiązał zadanie z jednym lub większą liczbą błędów rachunkowych albo poprawnie wyznaczył liczbę wszystkich rozegranych przez drużynę meczów (40) i na tym poprzestał lub w dalszej części popełnił błędy merytoryczne.

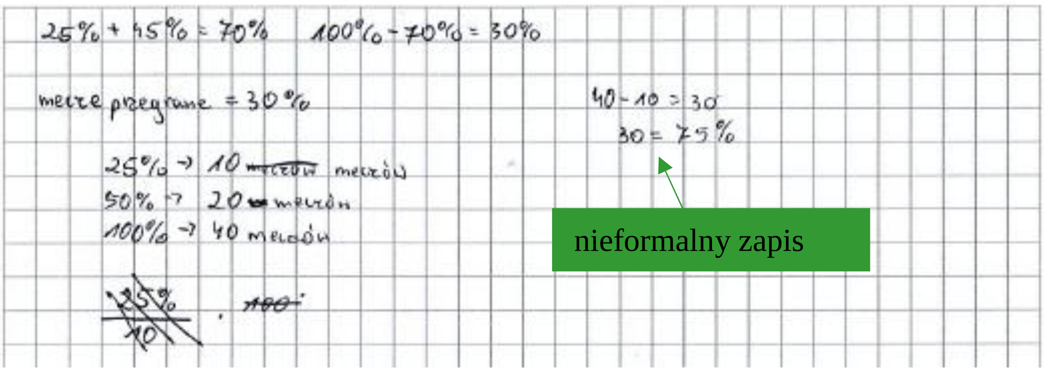
W przykładach 3., 4. oraz 5. pokazano rozwiązania ocenione na 1 punkt.

Przykład 3.



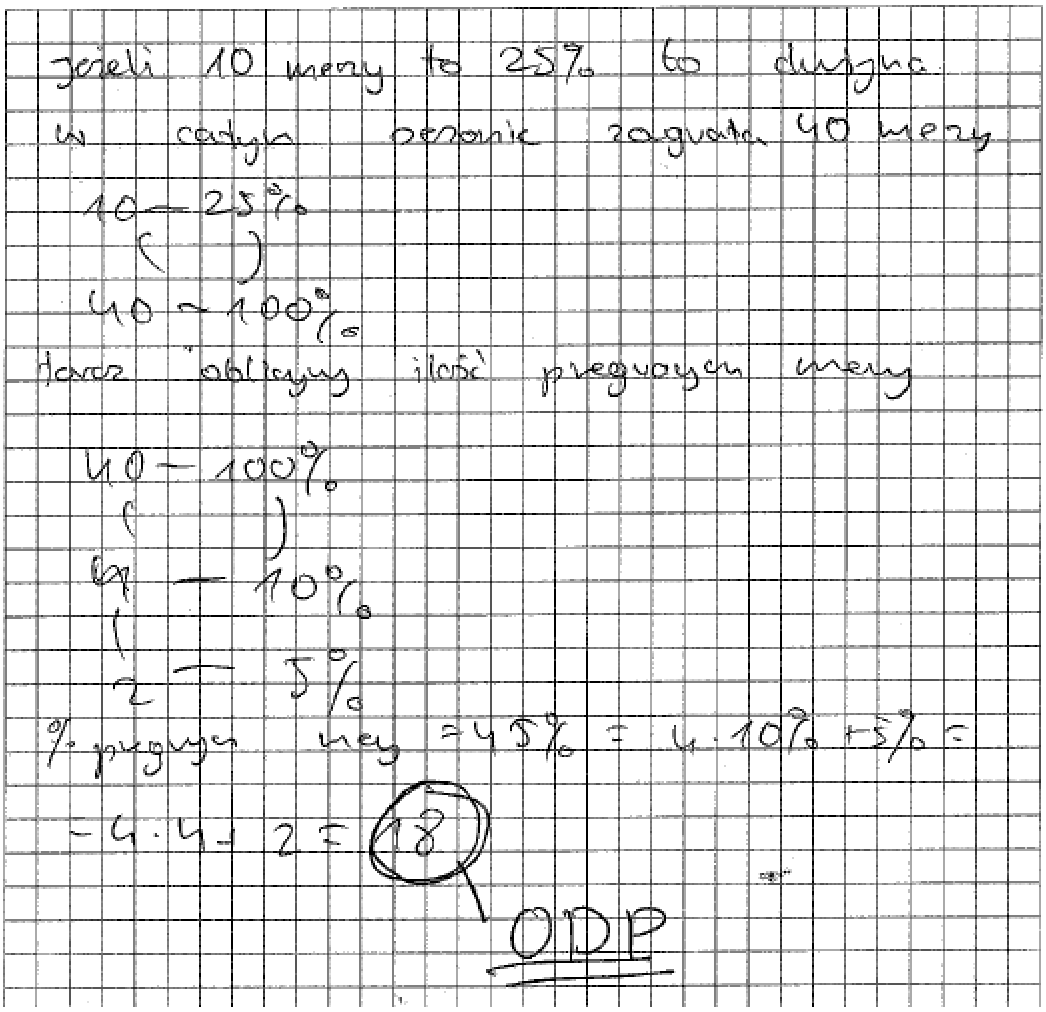
Uczeń w rozwiązaniu zadania popełnił błąd rachunkowy.

Przykład 4.



Zdający bezbłędnie wyznaczył liczbę wszystkich rozegranych meczów, ale nie kontynuował rozwiązania.

Przykład 5.


Jeżeli 10 meczy to 25% to drużyna
w całym sezonie zagrała 40 meczy
10 — 25%
40 — 100%
teraz obliczmy ilość przegranych meczy
40 — 100%
4 — 10%
2 — 5%
% przegranych meczy = 45% = 4 · 10% + 5% =
= 4 · 4 + 2 = 18
ODP

W przykładzie 5. zdający, po bezbłędnym wyznaczeniu liczby wszystkich rozegranych przez drużynę meczów, wyznaczył liczbę meczów, które zakończyły się remisem zamiast przegranych, o które pytano w zadaniu.

Prawie 29% zdających nie poradziło sobie z rozwiązaniem zadania 16. bądź w ogóle nie podjęło takiej próby.

Nieco trudniejsze okazało się zadanie 11. – poprawnie rozwiązało je 63% ósmoklasistów. W zadaniu tym należało przeanalizować informacje o trzech trójkątach przedstawionych na rysunku i ustalić, które są przystające. Kluczem do rozwiązania zadania było obliczenie brakujących miar kątów danych trójkątów. Około 37% zdających wskazało błędne odpowiedzi.

Kolejnym zadaniem sprawdzającym umiejętności z zakresu wykorzystania i tworzenia informacji było zadanie 9., które wymagało znalezienia współrzędnych środka odcinka (na podstawie współrzędnych obydwu jego końców) i umiejscowienie go w odpowiedniej ćwiartce układu współrzędnych. Poprawną odpowiedź wskazało 59% zdających.

W zadaniu 8. uczniowie musieli pomnożyć przez siebie dwumiany i przeprowadzić redukcję wyrazów podobnych – poprawną odpowiedź ($9b^2 - 4a^2$) wybrało 52% zdających. Spośród niepoprawnych odpowiedzi najczęściej wybierano tę, która różniła się od poprawnej tylko znakiem ($4a^2 - 9b^2$) – tak uczynił co czwarty zdający (26%).

Wykorzystanie i tworzenie informacji sprawdzane było także w oparciu o dane zamieszczone na kartce z kalendarza – forma graficzna w zadaniu 1. Aby ocenić wartość logiczną dwóch zdań, należało skorzystać z informacji podanych na rysunku (31 sierpnia 2017 roku był w czwartek), przeanalizować zależności między datami urodzin trzech osób (tekst zamieszczony pod formą graficzną) i wykonać obliczenia kalendarzowe. Pierwsze zdanie poprawnie oceniło 81% zdających – wystarczyło ustalić dzień tygodnia odległy od podanego na kartce z kalendarza o kilkanaście dni wstecz. Drugie zdanie przysporzyło uczniom nieco więcej problemów – poprawnie oceniło je 56% zdających – w tym przypadku należało wskazać dzień tygodnia przypadający ponad miesiąc później niż podany. Wartość logiczną dwóch zdań poprawnie oceniło 46% tegorocznych ósmoklasistów.

Zadaniem sprawdzającym umiejętności z zakresu wykorzystania i tworzenia informacji było też zadanie 15., które poprawnie rozwiązało 35% zdających. Dotyczyło ono geometrii przestrzennej i wymagało wykazania się umiejętnościami budowania bryły na podstawie przedstawionego fragmentu jej siatki oraz obliczenia sumy długości wszystkich jej krawędzi. Szerzej zostało ono omówione w dalszej części opracowania.

Najtrudniejszym zadaniem sprawdzającym umiejętność wykorzystania i tworzenia informacji było zadanie 19., za rozwiązanie którego uczniowie mogli uzyskać maksymalnie 3 punkty. Zdający uzyskali za nie średnio 32% punktów możliwych do zdobycia. Należało w nim wyznaczyć liczbę wszystkich planowanych na dzień sportu konkurencji, wiedząc, że w godzinach od 9.00 do 12.00 przeprowadzono połowę wszystkich planowanych, a między 12.00 a 14.00 jeszcze $\frac{1}{3}$ z pozostałych. Wiadomo było także, że 12 konkurencji nie przeprowadzono w ogóle. Kluczem do rozwiązania problemu było ustalenie, że skoro w godzinach od 12.00 do 14.00 przeprowadzono $\frac{1}{3}$ z pozostałych konkurencji, to stanowią one $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$, czyli $\frac{1}{6}$ wszystkich konkurencji. Kolejny krok to ustalenie, że konkurencje pozostałe do przeprowadzenia po godzinie 14.00 stanowią $\frac{1}{3}$ wszystkich planowanych. Skoro było ich 12, to zaplanowanych na cały dzień było trzy razy więcej, czyli 36. Możliwa była także inna droga rozwiązania zadania – wyznaczenie połowy liczby wszystkich konkurencji ($12 + 12 : 2 = 18$), a następnie tylko podwojenie tej wielkości ($18 \cdot 2 = 36$).

Nieco ponad 28% zdających bezbłędnie rozwiązało zadanie i otrzymało 3 punkty. Część uczniów opierała swoje rozwiązania na wyrażeniach algebraicznych i równaniach (przykład 6.), inni do rozwiązania problemu postawionego w zadaniu wykorzystali wyrażenia arytmetyczne (przykłady 7. i 8.), jeszcze inni sięgali po formy graficzne (przykłady 9. i 11.).

Wśród rozwiązań można było znaleźć także i takie, które oparte były na metodzie „prób i błędów” (przykłady 10. i 11.).

Przykład 6.

DANE:

8:00 – 12:00 } 3h – $\frac{1}{2}$ konkurencji

12:00 – 14:00 } 2h – $\frac{1}{3}$ pozostałych konkurencji

* nie przeprowadzono 12 zaplanowanych konkurencji.

SZUKANE: ilość planowanych konkurencji

x – zaplanowane konkurencje

$$x = \frac{1}{2}x + \underbrace{\frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{3}}_{\frac{1}{3}\text{ pozostałej potem}} + \underbrace{12}_{\text{ilość nie przeprowadzonych}}$$

$$x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x + 12$$

$$x = \frac{4}{6}x + 12 \quad / - \frac{4}{6}x$$

$$\frac{2}{6}x = 12 \quad / \cdot 6$$

$$2x = 72 \quad / : 2$$

$$x = 36$$

SPRAWDZENIE: $x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{3} + 12$

$$36 = 18 + 6 + 12$$

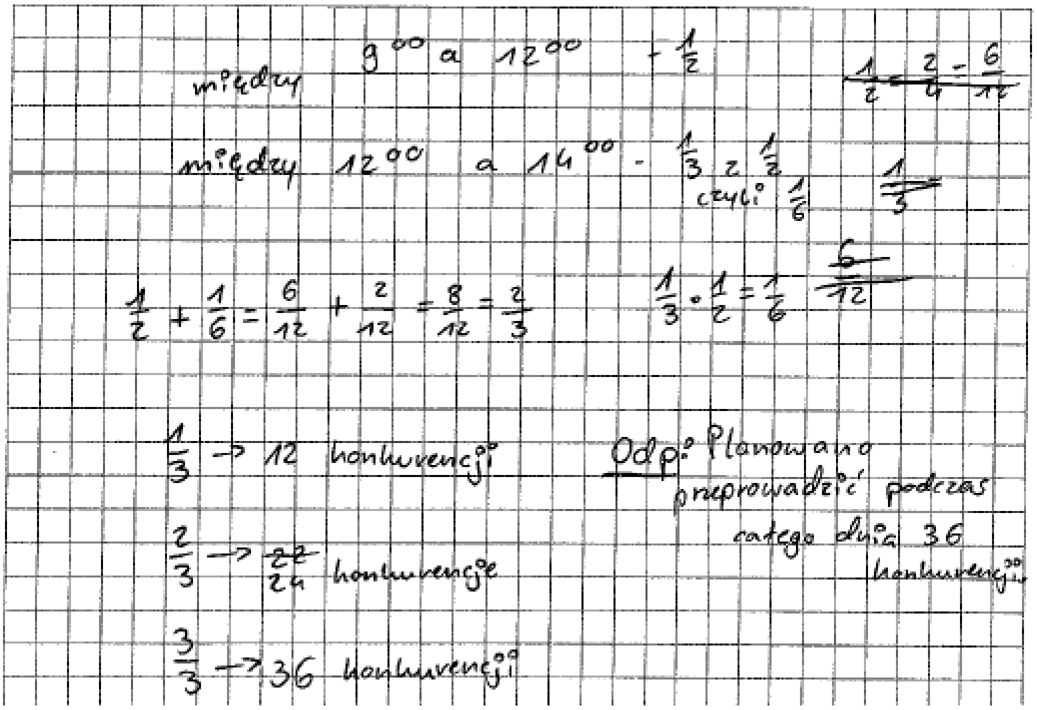
$$36 = 36 \quad \checkmark$$

$\frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \cdot 36 = 18$

$\frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{3} = \cancel{18}^{6} \cdot \frac{1}{\cancel{3}_1} = 6$

Odpowiedź: Ilość zaplanowanych konkurencji wynosi to 36.

Przykład 7.



między 9^{00} a 12^{00} – $\frac{1}{2}$ ~~$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{6}{12}$~~

między 12^{00} a 14^{00} – $\frac{1}{3}$ z $\frac{1}{2}$ czyli $\frac{1}{6}$ ~~$\frac{1}{3}$~~

$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ ~~$\frac{6}{12}$~~

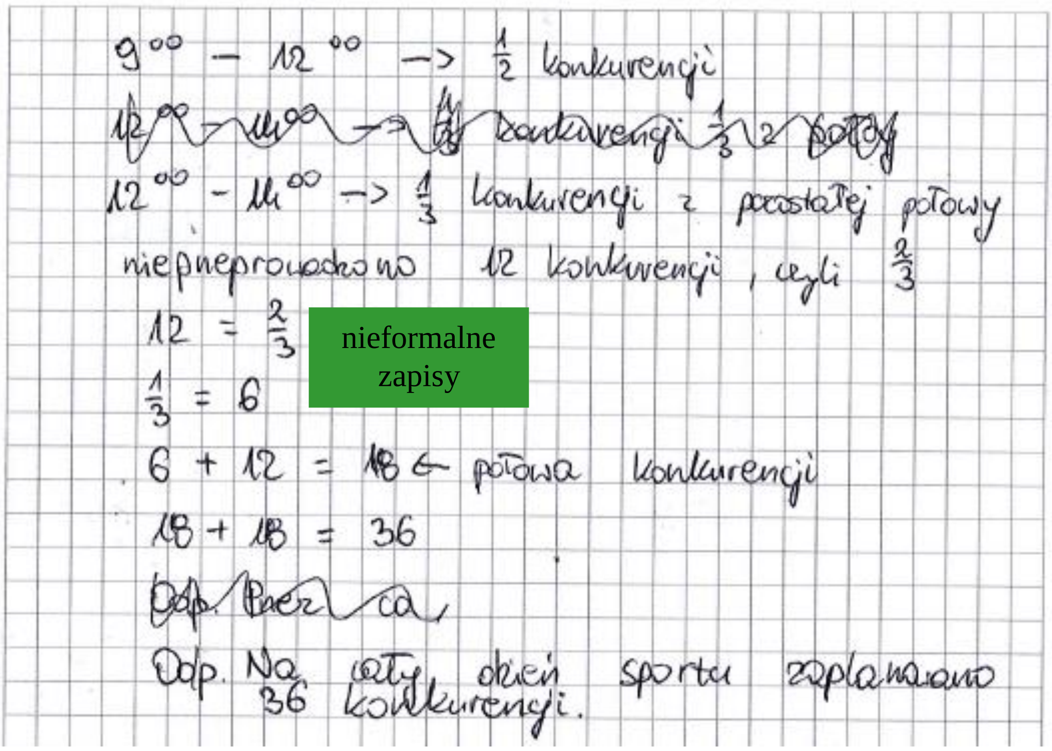
$\frac{1}{3} \to 12$ konkurencji

$\frac{2}{3} \to$ ~~22~~ 24 konkurencje

$\frac{3}{3} \to 36$ konkurencji

Odp: Planowano przeprowadzić podczas całego dnia 36 konkurencji.

Przykład 8.



$9^{00} - 12^{00} \to \frac{1}{2}$ konkurencji

~~$12^{00} - 14^{00} \to$ konkurencji $\frac{1}{3}$ 2 połowy~~

$12^{00} - 14^{00} \to \frac{1}{3}$ konkurencji z pozostałej połowy

nie przeprowadzono 12 konkurencji, czyli $\frac{2}{3}$

$12 = \frac{2}{3}$

$\frac{1}{3} = 6$

$6 + 12 = 18 \leftarrow$ połowa konkurencji

$18 + 18 = 36$

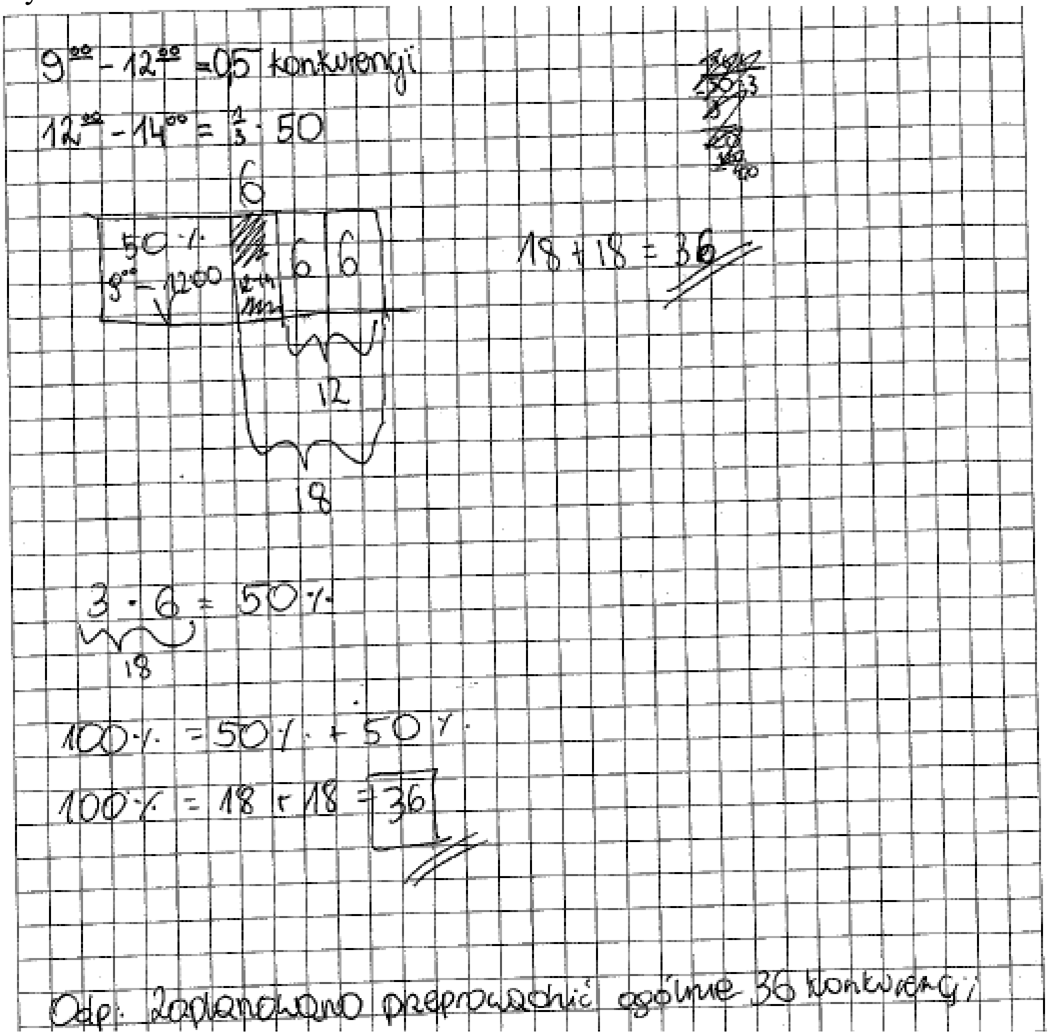
~~Odp. Przez ca~~

Odp. Na cały dzień sportu zaplanowano 36 konkurencji.

nieformalne zapisy

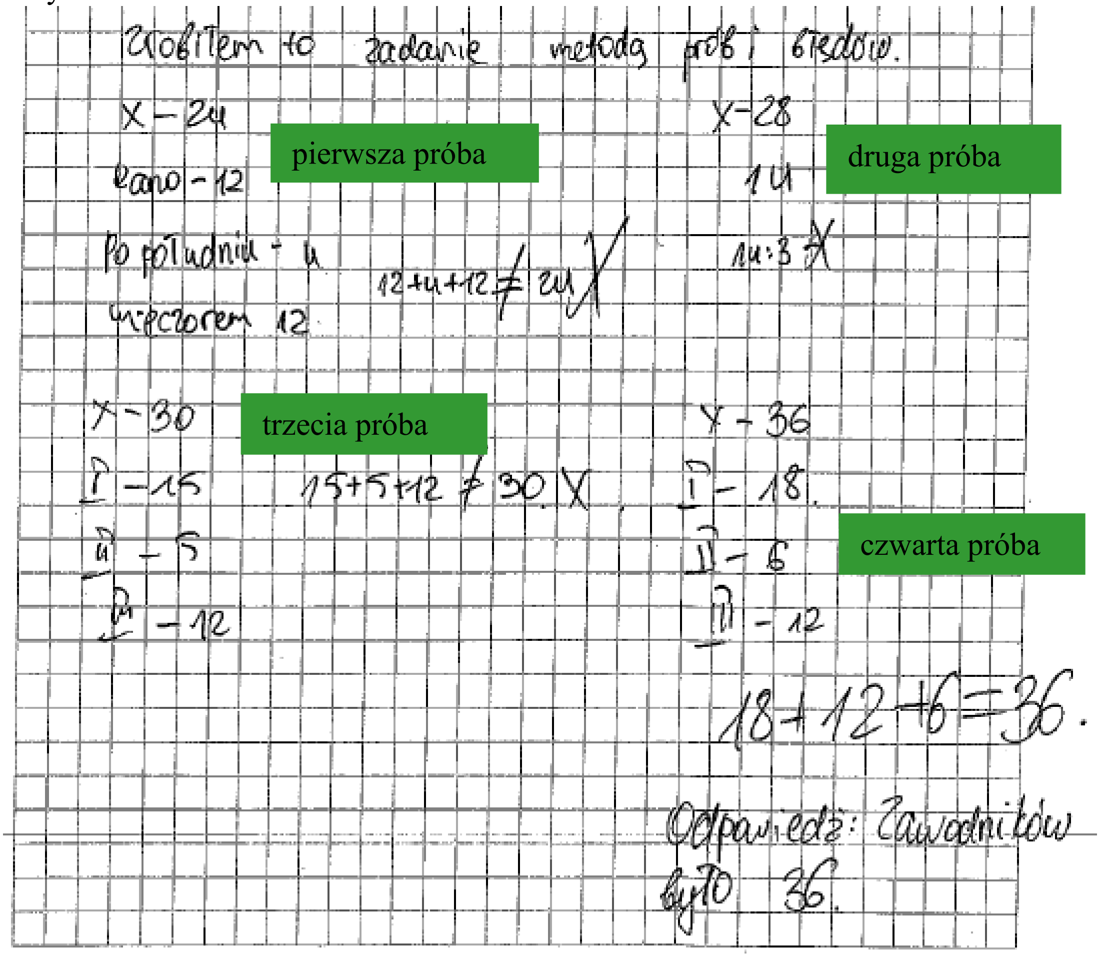
W przykładzie 8. zdający przeprowadza analizę zadania najpierw dla połowy wszystkich planowanych konkurencji, a następnie przechodzi do tych planowanych na cały dzień.

Przykład 9.

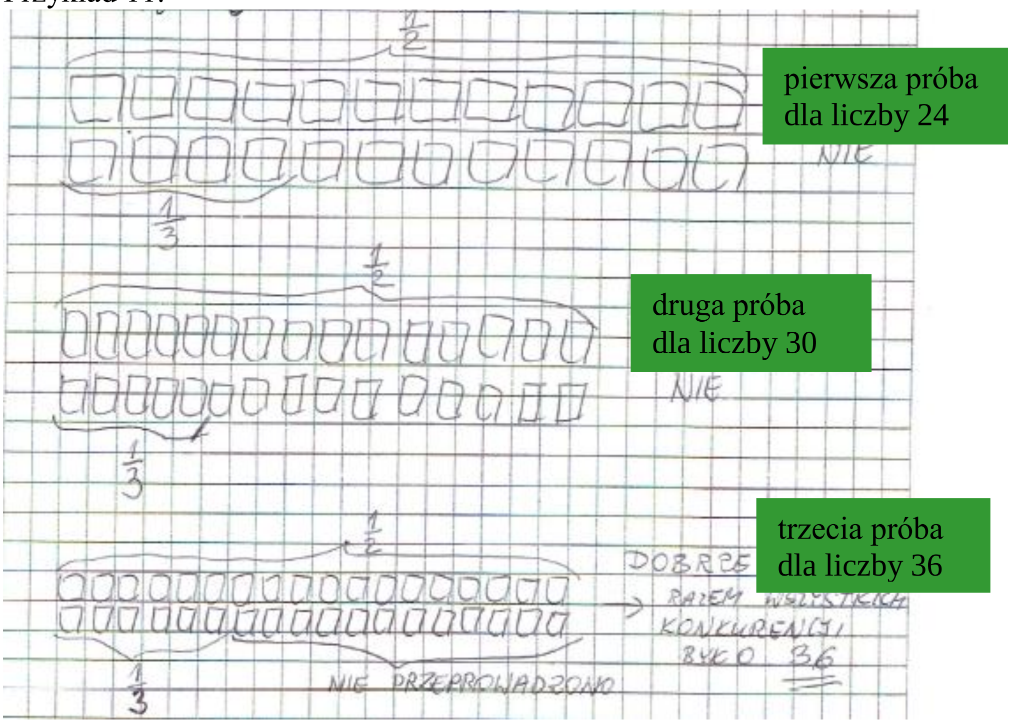


W powyższym przykładzie zdający zaprezentował graficzną interpretację treści zadania, pokazując na rysunku, że 12 konkurencji to $\frac{2}{3}$ połowy planowanych, a stąd wyciągnął wniosek, że $\frac{1}{3}$ połowy to 6 konkurencji. W kolejnym kroku ustalił liczbę połowy konkurencji $3 \cdot 6 = 18$, a następnie wszystkich $18 + 18 = 36$.

Przykład 10.

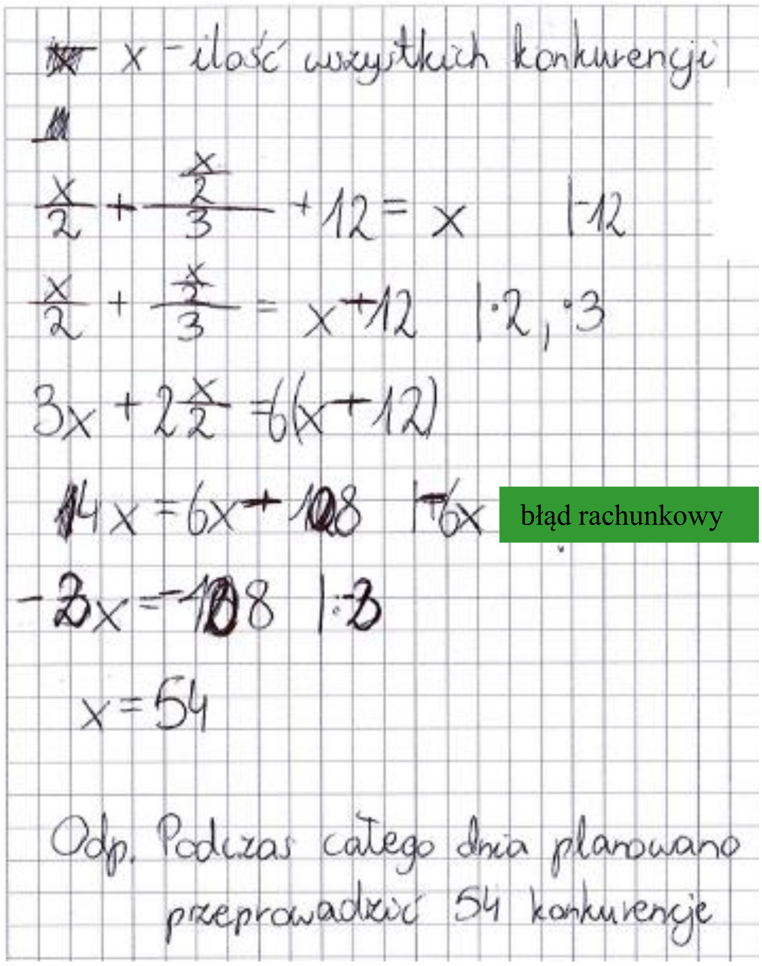


Przykład 11.



Niecałe 3,5% zdających otrzymało 2 punkty za swoje rozwiązania. Najczęściej przyczyną utraty 1 punktu były błędy rachunkowe (przykład 12.). Czasami wynikało to z ułożenia równania, dzięki któremu można było wyznaczyć liczbę zaplanowanych konkurencji i nierozwiązaniu go do końca bądź w ogóle (przykład 13.).

Przykład 12.


x – ilość wszystkich konkurencji

$\frac{x}{2} + \frac{\frac{x}{2}}{3} + 12 = x \quad |-12$

$\frac{x}{2} + \frac{\frac{x}{2}}{3} = x - 12 \quad |\cdot 2, \cdot 3$

$3x + 2\frac{x}{2} = 6(x - 12)$

$4x = 6x - 108 \quad |-6x$

$-2x = -108 \quad |:(-2)$

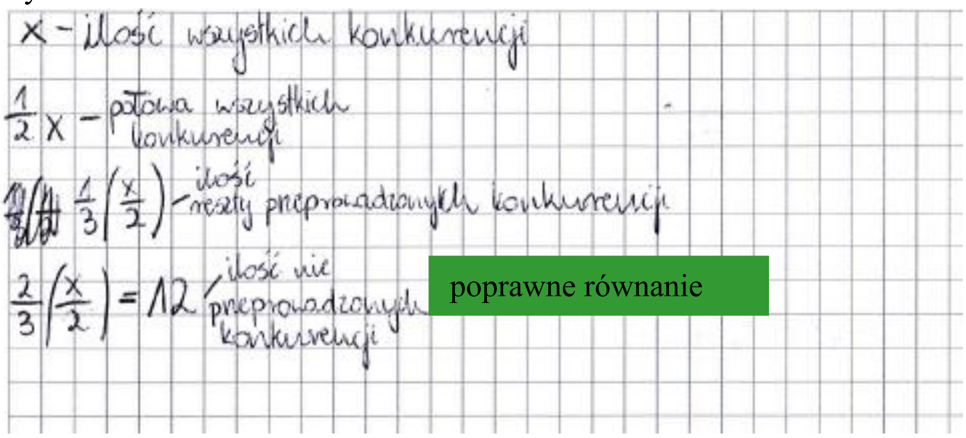
$x = 54$

Odp. Podczas całego dnia planowano przeprowadzić 54 konkurencje

błąd rachunkowy

Uczeń zapisał poprawne równanie pozwalające wyznaczyć liczbę zaplanowanych konkurencji, jednak w rozwiązaniu tego równania popełnił błąd rachunkowy.

Przykład 13.


x – ilość wszystkich konkurencji

$\frac{1}{2}x$ – połowa wszystkich konkurencji

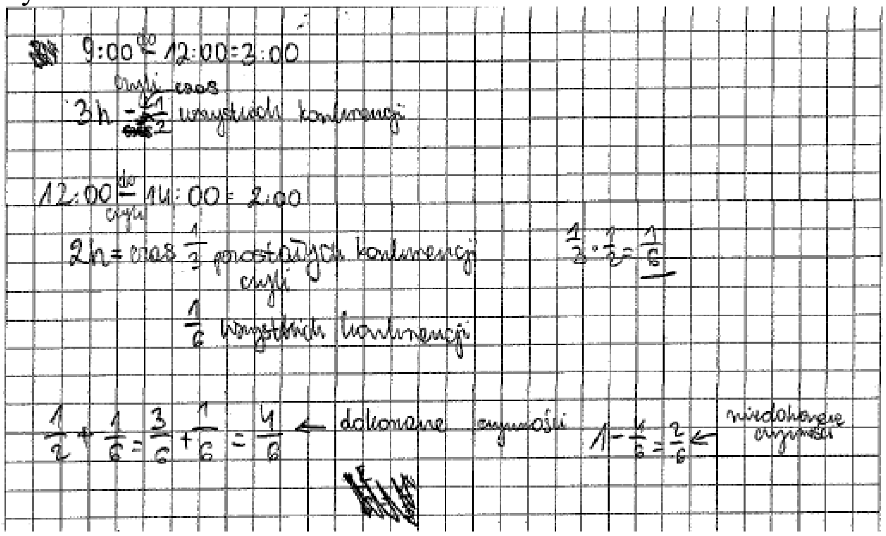
$\frac{1}{3}\left(\frac{x}{2}\right)$ – ilość reszty przeprowadzonych konkurencji

$\frac{2}{3}\left(\frac{x}{2}\right) = 12$ – ilość nie przeprowadzonych konkurencji

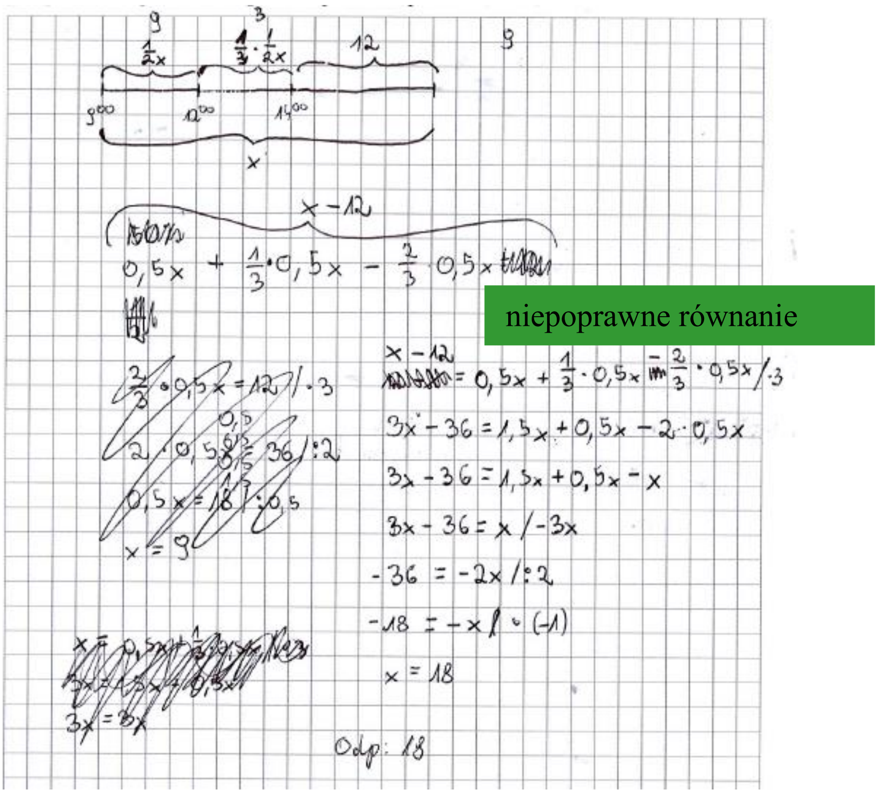
poprawne równanie

Prawie 5% zdających otrzymało za rozwiązanie zadania 1 punkt. Opisali oni za pomocą wyrażenia arytmetycznego, jaką częścią wszystkich konkurencji są konkurencje przeprowadzone w godzinach od 12.00 do 14.00 (przykład 14.) albo wyrazili tę wielkość za pomocą wyrażenia algebraicznego (przykład 15.). Czasami rozwiązanie polegało na odgadnięciu liczby wszystkich planowanych konkurencji i sprawdzeniu jej z warunkami zadania (przykład 16.).

Przykład 14.

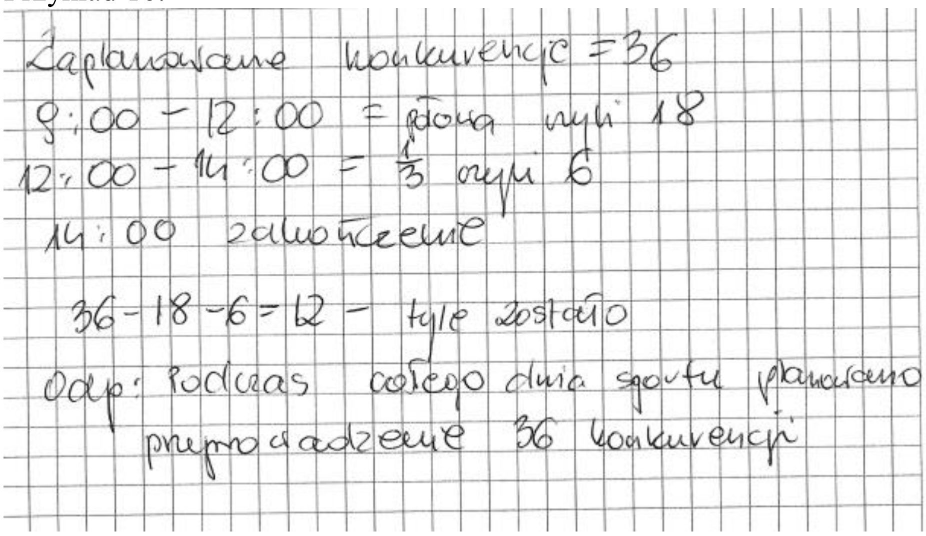


Przykład 15.



Uczeń poprawnie wyraził za pomocą wyrażenia algebraicznego liczbę konkurencji przeprowadzonych w godzinach od 12.00 do 14.00, jednak w dalszej części rozwiązania zbudował błędne równanie.

Przykład 16.


Zaplanowane konkurencje = 36
9:00 – 12:00 = połowa czyli 18
12:00 – 14:00 = $\frac{1}{3}$ czyli 6
14:00 zakończenie
36 – 18 – 6 = 12 – tyle zostało
Odp: Podczas całego dnia sportu planowano przeprowadzenie 36 konkurencji

W powyższym przykładzie uczeń odgadł liczbę zaplanowanych konkurencji i sprawdził ją z warunkami zadania.

Pomimo tego, że zadanie dawało szerokie możliwości do realizacji, to ponad 63% zdających nie poradziło sobie z jego rozwiązaniem bądź w ogóle nie podjęło takiej próby. Najczęściej popełnianym błędem było interpretowanie informacji dotyczącej liczby przeprowadzonych konkurencji między godzinami 12.00 a 14.00 jako $\frac{1}{3}$ z wszystkich planowanych konkurencji, a nie z pozostałych.

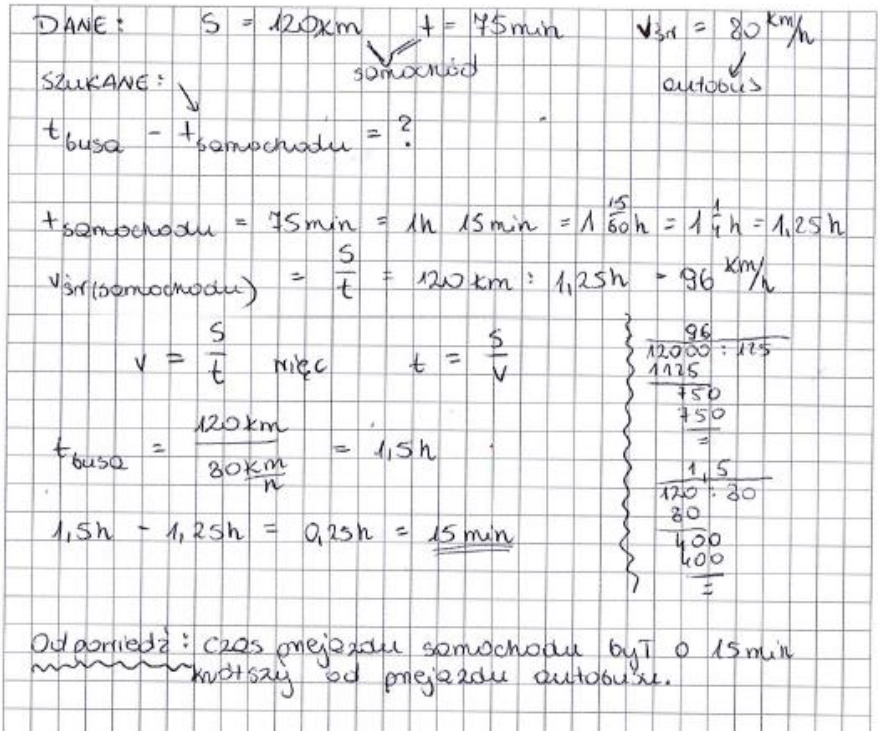
Trzecie wymaganie ogólne, czyli *Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji*, sprawdzane było siedmioma zadaniami, w tym pięcioma zamkniętymi i dwoma otwartymi. Zdający uzyskali za ich rozwiązanie średnio 44% punktów możliwych do zdobycia.

Najłatwiejsze w tym obszarze okazało się zadanie 12., w którym poprawną odpowiedź wskazało 54% ósmoklasistów. Jego rozwiązanie wymagało znajomości najważniejszych własności wielokątów (równoległoboku, trójkąta równoramiennego, trapezu) i wykazania się umiejętnością obliczania miar kątów z wykorzystaniem twierdzenia o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta. W zadaniu 6. zdający musieli wykazać się umiejętnością stosowania podziału proporcjonalnego i wyrażenia odpowiedniego ułamka w postaci procentu. Na podstawie informacji, że stosunek masy cukru do masy wody w syropie jest równy 5 : 3 należało wyznaczyć, ile procent masy tego syropu stanowi masa cukru. Poprawną odpowiedź w tym zadaniu ($\frac{5}{8} \cdot 100\% = 62{,}5\%$) wskazało 51% zdających. Co czwarty ósmoklasista wybrał odpowiedź 60%, która wynikała z wyrażenia w postaci procentu stosunku masy wody do masy cukru w syropie.

W zadaniu 13. na rysunku podany był czworokąt zbudowany z dwóch trójkątów prostokątnych. W celu wyznaczenia długości jednego z odcinków należało dwukrotnie zastosować twierdzenie Pitagorasa. Poprawną odpowiedź wskazało 47% zdających.

Zadanie 17., za rozwiązanie którego uczniowie mogli uzyskać maksymalnie 2 punkty, badało umiejętność budowania modelu matematycznego do prostej sytuacji. Ósmoklasiści uzyskali za nie średnio 47% punktów możliwych do zdobycia. W sytuacji praktycznej należało wyznaczyć czas przejazdu busa na trasie o zadanej długości, znając jego średnią prędkość. Po wyznaczeniu tej wielkości należało ją porównać z 75 minutami, jakie potrzebował samochód osobowy na pokonanie tej samej trasy. Wśród realizacji uczniowskich tego zadania zdarzyły się takie, w których jedyne zapisy brzmiały: „NIE PAMIĘTAM WZORU!”. Wykorzystanie wzoru na zależność między drogą, prędkością i czasem było jedną z dróg prowadzących do rozwiązania zadania, ale nie jedyną. Wśród prawie 43% zdających, którzy uzyskali maksymalny wynik w tym zadaniu, można znaleźć wiele prac obrazujących indywidualne podejście do rozwiązania problemu i świadczących o pełnym rozumieniu zagadnienia. Kolejne przykłady (od 17. do 23.) pokazują różne sposoby w pełni poprawnych rozwiązań tego zadania.

Przykład 17.



DANE: $S = 120 km$ $t = 75 min$ samochód $V_{śr} = 80 km/h$ autobus

SZUKANE: $t_{busa} - t_{samochodu} = ?$

$t_{samochodu} = 75 min = 1h\ 15 min = 1\frac{15}{60} h = 1\frac{1}{4} h = 1,25 h$

$V_{śr(samochodu)} = \frac{S}{t} = 120 km : 1,25h = 96 km/h$

$V = \frac{S}{t}$ więc $t = \frac{S}{V}$

$t_{busa} = \frac{120 km}{80 \frac{km}{h}} = 1,5h$

$1,5h - 1,25h = 0,25h = 15 min$

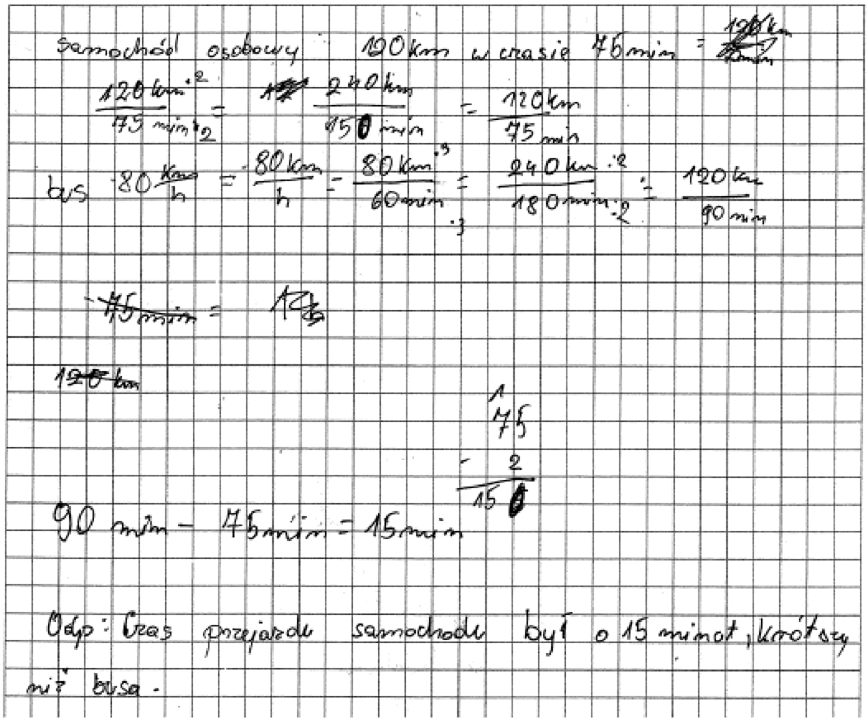
96
12000 : 125
1125
750
750
=

1,5
120 : 80
80
400
400
=

Odpowiedź: Czas przejazdu samochodu był o 15 min krótszy od przejazdu autobusu.

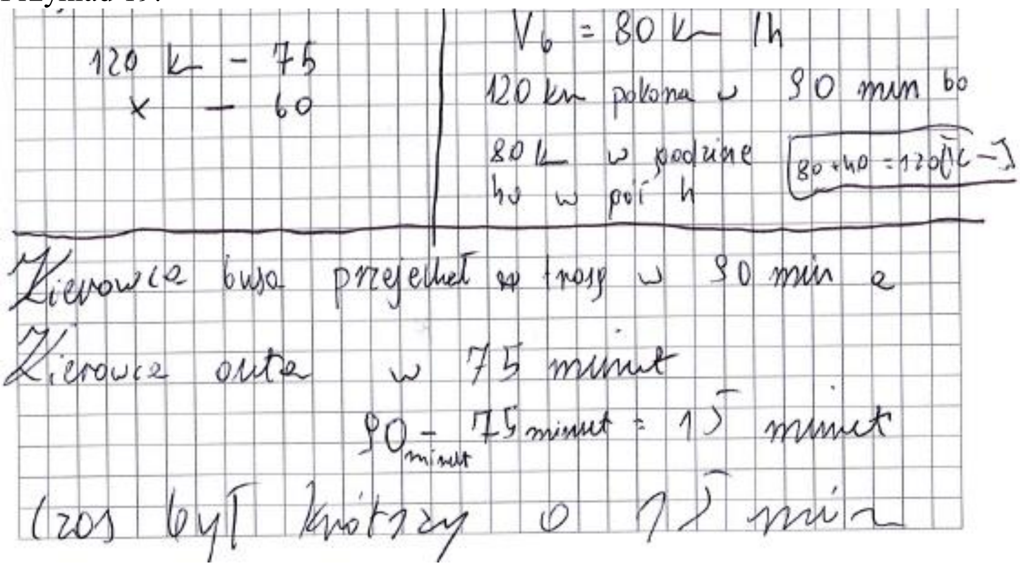
Zdający do wyznaczenia czasu przejazdu busa skorzystał ze wzoru na zależność między drogą, prędkością i czasem, a następnie obliczył różnicę czasów, o którą pytano w zadaniu.

Przykład 18.



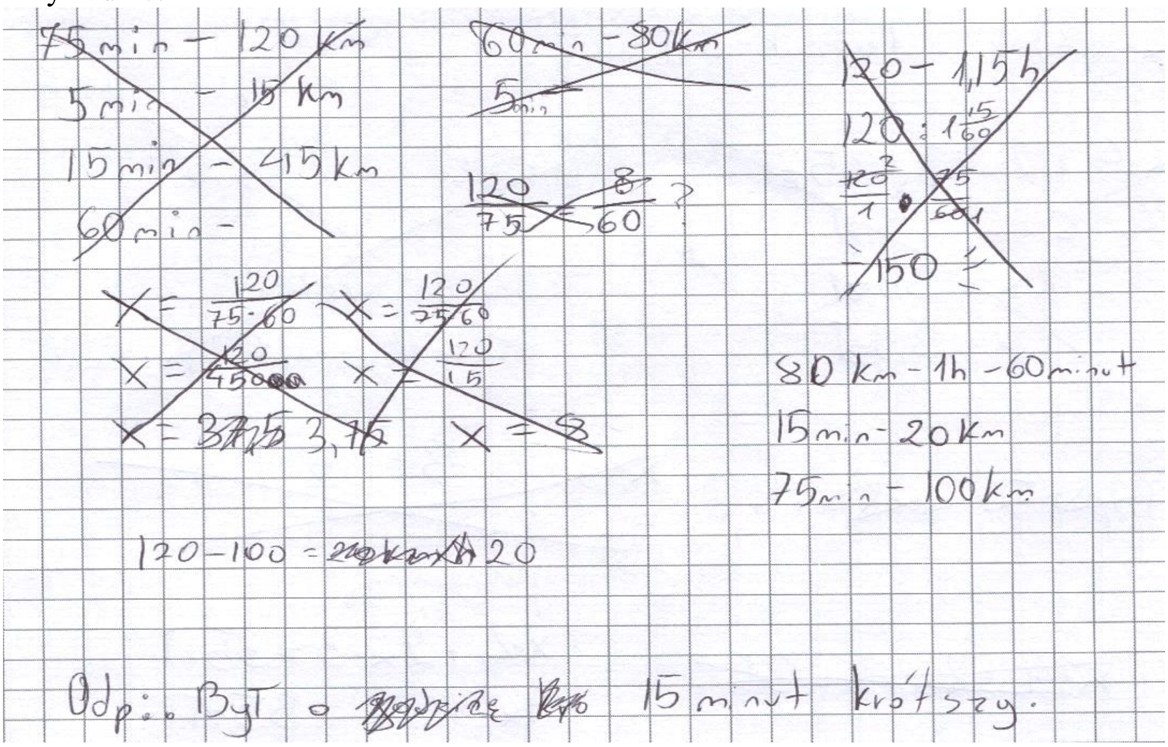
Uczeń w pierwszym kroku szuka wspólnej wielokrotności liczb 120 i 80 i wykorzystuje ją do wyznaczenia czasu, jaki bus potrzebował na pokonanie 120 km. Następnie oblicza różnicę czasów.

Przykład 19.



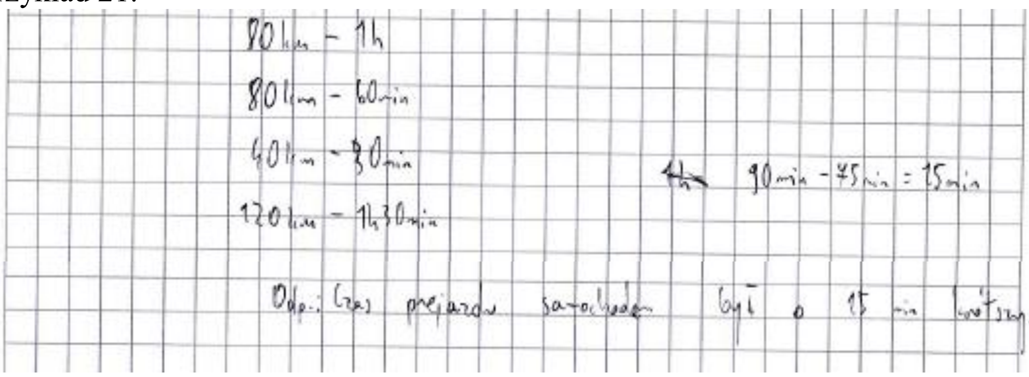
Zdający założył, że jeżeli prędkość średnia busa była równa 80 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, to w czasie godziny przebył on 80 km, a skoro miał przejechać 120 km, to na kolejne 40 km potrzebował 30 minut. Przejechanie całej trasy zajęło mu 90 minut. W ostatnim kroku wyznaczył różnicę czasów, o którą pytano w zadaniu.

Przykład 20.


80 km – 1h – 60 minut
15 min – 20 km
75 min – 100 km
120 – 100 = 20
Odp.: Był o 15 minut krótszy.

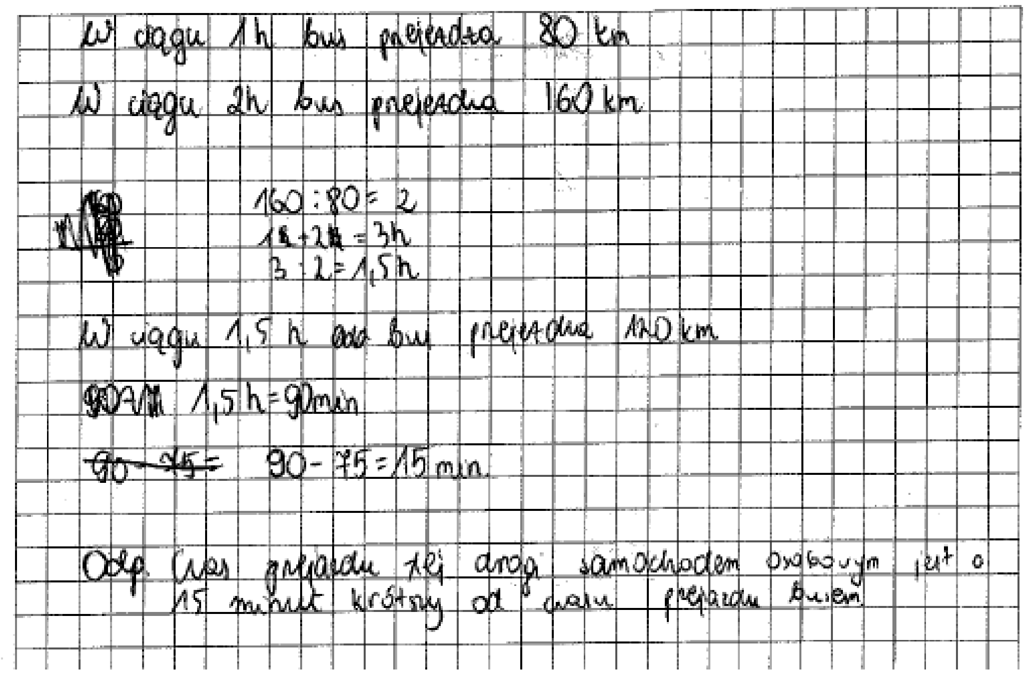
W przykładzie 20. zdający najpierw obliczył, ile kilometrów przejedzie bus w ciągu 75 minut, a następnie ustalił, ile jeszcze kilometrów musi przejechać, aby pokonać całą trasę. W ostatnim kroku pozostało tylko odczytanie z wcześniejszych obliczeń, że bus potrzebuje 15 minut na pokonanie 20 km.

Przykład 21.


80 km – 1h
80 km – 60 min
40 km – 30 min
120 km – 1h30 min
90 min – 75 min = 15 min
Odp.: Czas przejazdu samochodu był o 15 min krótszy.

W powyższym przykładzie uczeń za pomocą prostego szacowania ustalił czas potrzebny na pokonanie przez busa trasy o długości 120 km, a następnie wyznaczył różnicę czasów potrzebnych do jej przebycia przez każdy z pojazdów.

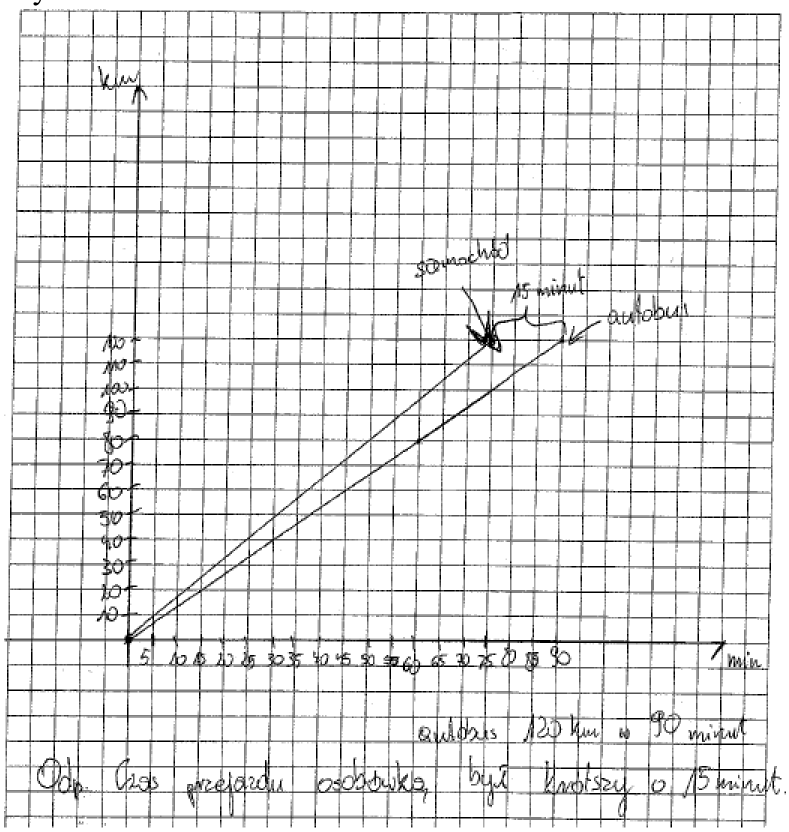
Przykład 22.



W ciągu 1h bus przejedzie 80 km
W ciągu 2h bus przejedzie 160 km
160 : 80 = 2
1h + 2h = 3h
3 : 2 = 1,5h
W ciągu 1,5 h bus przejedzie 120 km
1,5 h = 90 min
~~90 – 75 =~~ 90 – 75 = 15 min
Odp. Czas przejazdu tej drogi samochodem osobowym jest o 15 minut krótszy od czasu przejazdu busem

Zdający w pierwszym kroku ustalił, że bus w ciągu 3 godzin pokona odległość 240 km (80 km + 160 km), z czego wyciągnął wniosek, że 120 km pokona w ciągu 1,5 godziny, czyli 90 minut. Następnie poprawnie obliczył różnicę czasów.

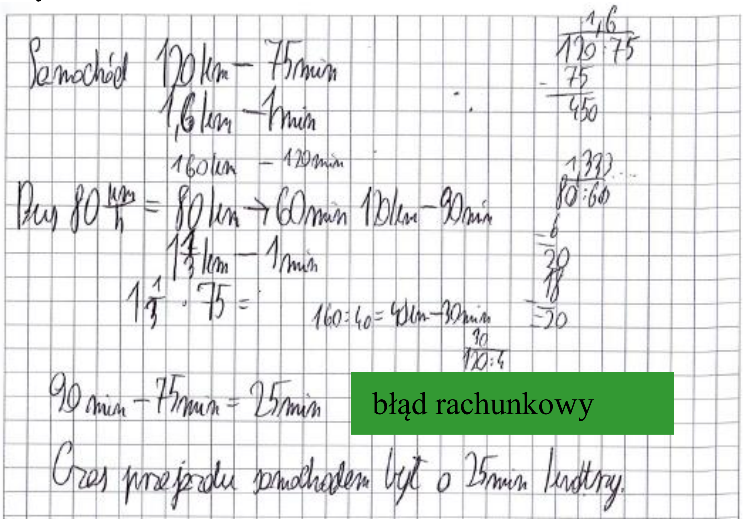
Przykład 23.



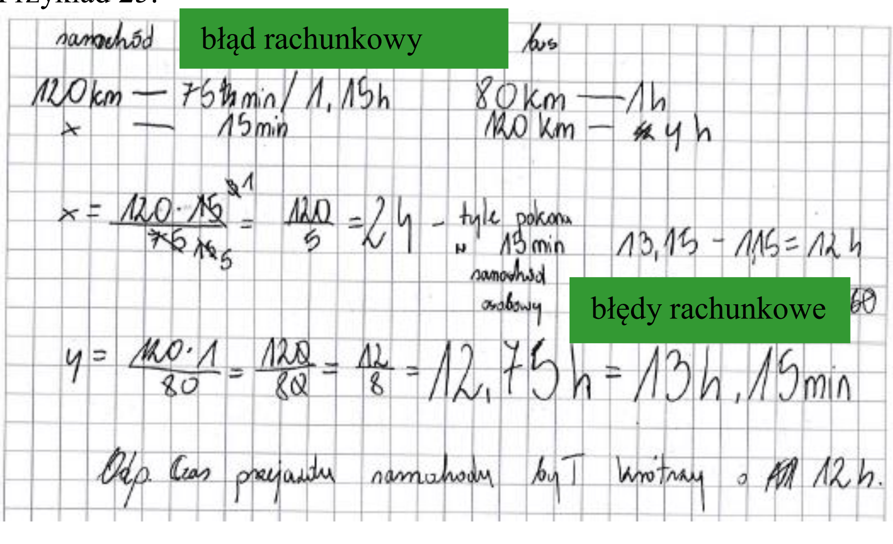
W przykładzie 23. zdający zaprezentował rozwiązanie zadania posługując się wykresem zależności drogi od czasu, jako funkcji liniowej (przy założeniu, że pojazdy cały czas poruszają się ze stałą prędkością). Narysował układ współrzędnych i zaznaczył w nim punkty o współrzędnych (0, 0) i (75, 120) dla samochodu osobowego oraz (0, 0) i (60, 80) dla busa. Następnie wykorzystując zaznaczone punkty narysował zależność drogi od czasu dla obydwu pojazdów i odczytał różnicę czasów, o którą pytano w zadaniu.

Nieco ponad 8% zdających otrzymało za swoje rozwiązanie 1 punkt. Najczęściej spotykanymi błędami były błędy rachunkowe związane z wykonywaniem obliczeń na liczbach naturalnych (przykład 24.) lub zamianą jednostek czasu (przykład 25.).

Przykład 24.



Przykład 25.



Pomimo tego że zadanie dawało szerokie możliwości do realizacji, to 49% ósmoklasistów nie poradziło sobie z jego rozwiązaniem bądź w ogóle nie podjęło takiej próby.

Umiejętność wykorzystania i interpretowania reprezentacji sprawdzana była także zadaniem 14., w którym zdający mieli możliwość wykazania się umiejętnością rozpoznawania sześcianów i obliczania ich objętości poprzez zliczanie sześcianów jednostkowych. Poprawnie rozwiązało je 44% zdających. Spośród niepoprawnych odpowiedzi najczęściej wybierano tę, która wynikała z obliczenia liczby klocków pozostałych po zbudowaniu sześcianu o możliwie największym polu, a nie objętości – tak uczyniło 39% zdających.

Otwarte zadanie 21., za rozwiązanie którego uczniowie mogli uzyskać maksymalnie 3 punkty, także odnosiło się do III wymagania ogólnego, czyli wykorzystania i interpretowania reprezentacji. Za to zadanie zdający uzyskali średnio 38% punktów możliwych do zdobycia. Aby je rozwiązać należało wykazać się umiejętnościami w zakresie stosowania twierdzenia Pitagorasa, obliczania obwodów wielokątów oraz porównywania różnicowego. Zadanie to szerzej omówiono w dalszej części opracowania.

Najtrudniejszym zadaniem z obszaru wykorzystania i interpretowania reprezentacji było zadanie 3., które poprawnie rozwiązało 33% zdających. Sprawdzano nim umiejętność mnożenia i dzielenia potęg o wykładnikach całkowitych dodatnich. Poprawna odpowiedź wymagała wskazania dwóch wyrażeń $(5^{10} : 5^{2}) \cdot 10^{8}$ i $2^{8} \cdot 5^{8} \cdot 5^{8}$), których wartości są równe 50^8. Odpowiedź wskazującą na jedno z dwóch poprawnych wyrażeń wybrało 58% zdających (26% zdających wskazało tylko wyrażenie $(5^{10} : 5^{2}) \cdot 10^{8}$, a 32% zdających – tylko wyrażenie $2^{8} \cdot 5^{8} \cdot 5^{8}$).

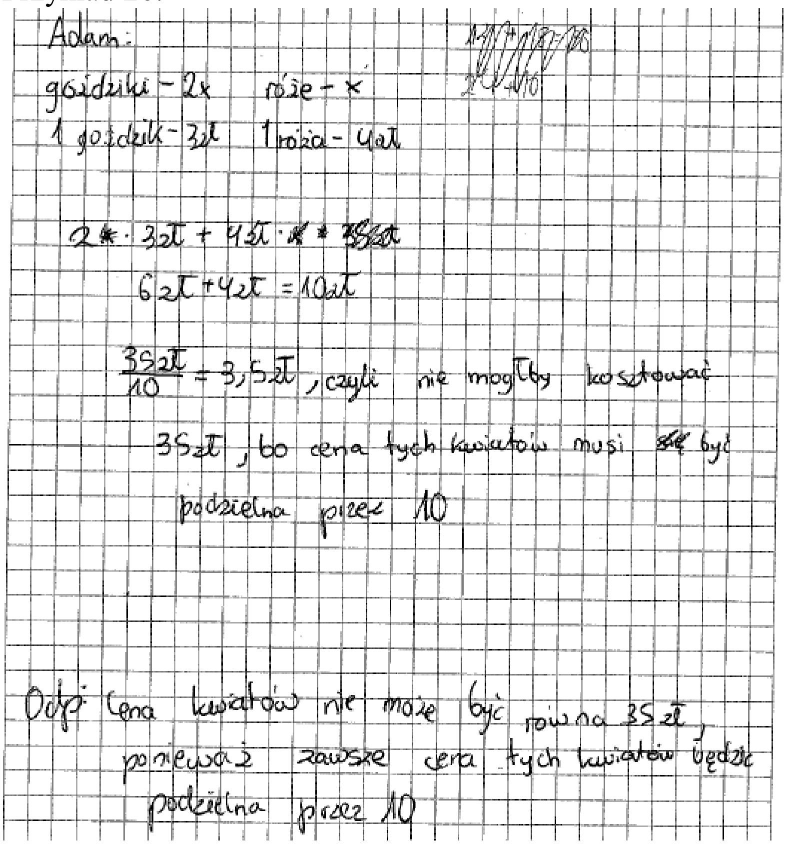
Czwarte wymaganie ogólne, czyli *Rozumowanie i argumentacja,* sprawdzano dwoma zadaniami zamkniętymi i dwoma otwartymi. Zdający uzyskali za rozwiązanie wszystkich zadań z tego zakresu średnio 39% punktów możliwych do zdobycia.

Najłatwiejszym zadaniem w tym obszarze było zadanie 7., które w oparciu o praktyczną sytuację sprawdzało rozumienie pojęcia średniej arytmetycznej i umiejętność jej obliczania. Poprawną odpowiedź dwóch zdań wskazało 56% zdających.

Nieco trudniejsze okazało się zadanie 10., które badało umiejętności z zakresu geometrii płaskiej. Aby je rozwiązać należało wykazać się umiejętnościami obliczania obwodów wielokątów oraz porównywania różnicowego. Dwa zdania poprawnie oceniło 48% zdających. Zadanie to szerzej omówiono w dalszej części opracowania.

Umiejętność przeprowadzenia prostego rozumowania i argumentowania badało zadanie 18., za rozwiązanie którego uczniowie mogli uzyskać maksymalnie 2 punkty. Tegoroczni ósmoklasiści uzyskali za nie średnio 47% punktów możliwych do zdobycia. Treść zadania osadzona była w kontekście praktycznym – podana była cena jednostkowa goździka (3 zł) i cena jednostkowa róży (4 zł) oraz warunek, że w bukiecie złożonym z tych kwiatów było dwa razy więcej goździków niż róż. Zadaniem egzaminowanych było rozstrzygnięcie, czy bukiet spełniający wymienione warunki może kosztować 35 zł i uzasadnienie swojej odpowiedzi. Zadanie dawało możliwość realizacji na wiele różnych sposobów. Można było zadeklarować zmienną (np. x to liczba róż) i ułożyć równanie ($4x + 3 \cdot 2x = 35$), obliczyć koszt zakupu „minimalnego” bukietu spełniającego warunki zadania ($1 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 10$), podjąć metodę „prób i błędów”, czy też opisać słownie zauważone zależności. Na koniec trzeba było przeanalizować otrzymane wyniki i sformułować wniosek. Prawie 41% zdających przedstawiło poprawne uzasadnienia problemu i otrzymało 2 punkty. Poniżej zamieszczono kilka przykładowych rozwiązań tego zadania ocenionych na maksymalną liczbę punktów.

Przykład 26.



Adam:
goździki – 2x róże – x
1 goździk – 3zł 1 róża – 4zł

$2 \cdot 3zł + 4zł$

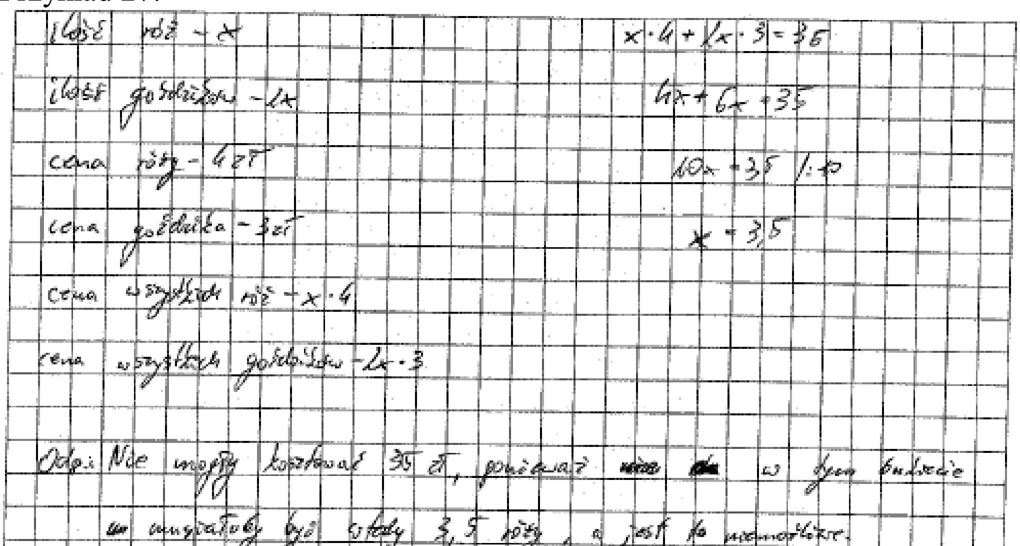
$6zł + 4zł = 10zł$

$\frac{35zł}{10} = 3,5zł$, czyli nie mogłyby kosztować 35zł, bo cena tych kwiatów musi być podzielna przez 10

Odp: Cena kwiatów nie może być równa 35 zł, ponieważ zawsze cena tych kwiatów będzie podzielna przez 10

Zdający swoje uzasadnienie oparł na analizie kosztów bukietów spełniających warunki zadania – zauważył, że będą one wielokrotnościami liczby 10.

Przykład 27.



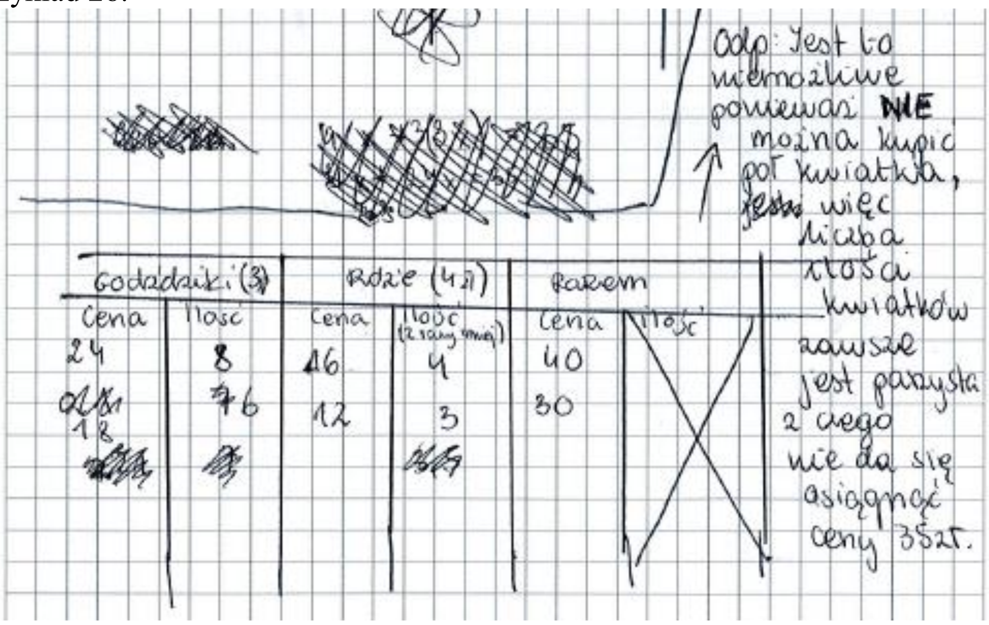
ilość róż – x
ilość goździków – 2x
cena róży – 4zł
cena goździka – 3zł
cena wszystkich róż – $x \cdot 4$
cena wszystkich goździków – $2x \cdot 3$

$x \cdot 4 + 2x \cdot 3 = 35$
$4x + 6x = 35$
$10x = 35 \quad /:10$
$x = 3,5$

Odp: Nie mogły kosztować 35 zł, ponieważ w tym bukiecie musiałoby być wtedy 3,5 róży, a jest to niemożliwe.

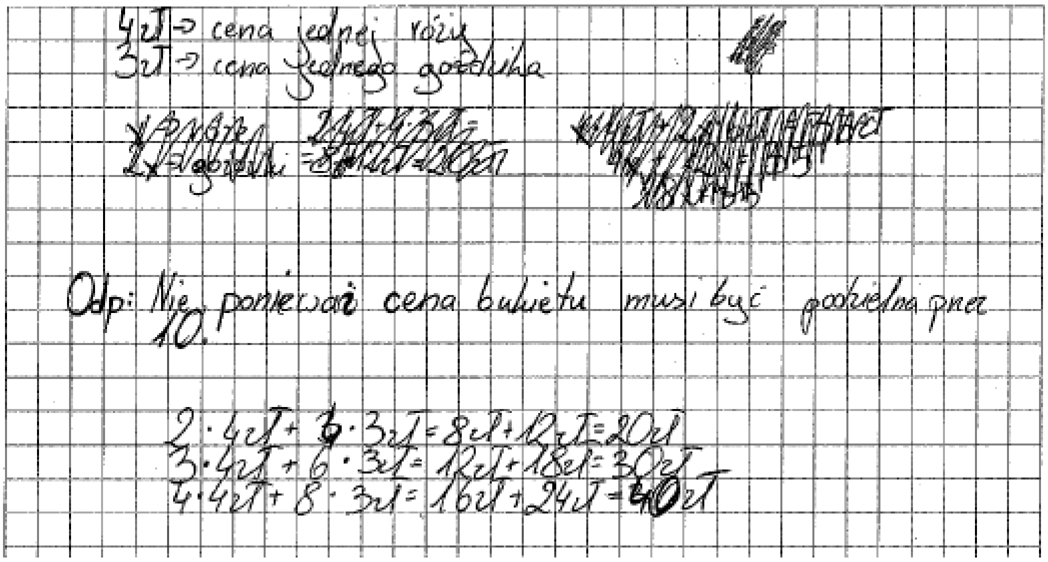
Uczeń w uzasadnieniu odniósł się do sensowności rozwiązania zbudowanego równania – liczba kwiatów musi być liczbą naturalną.

Przykład 28.



W przykładzie 28. zdający zbudował swoje uzasadnienie w oparciu o metodę „prób i błędów” – wyciągnął wniosek na podstawie analizy kosztów zakupu dwóch różnych bukietów spełniających warunki zadania. W uzasadnieniu powołał się na niemożliwość zakupu połowy kwiatka.

Przykład 29.



W powyższym przykładzie zdający zbudował swoje uzasadnienie w oparciu o metodę „prób i błędów” – na podstawie analizy kosztów zakupu trzech różnych bukietów spełniających warunki zadania zauważył, że zawsze będą one wielokrotnościami liczby 10.

Przykład 30.

x – liczba róż

2x – liczba goździków

4 zł – koszt 1 róży

3 zł – koszt 1 goździka

~~2x · 3 zł + x · 4 zł =~~

35 zł = x · 4 zł + 2x · 3 zł

jeśli x = 1; 1 · 4 zł + 2 · 3 zł ≠ 35 zł

jeśli x = 2; 2 · 4 zł + 4 · 3 zł ≠ 35 zł

jeśli x = 3; 3 · 4 zł + 6 · 3 zł ≠ 35 zł

jeśli x = 4; 4 · 4 zł + 8 · 3 zł ≠ 35 zł ; 4 · 4 zł + 8 · 3 zł > 35 zł

Nie ma liczby naturalnej, która spełnia to równanie.

Odp. Wszystkie kwiaty w tym bukiecie nie mogły kosztować 35 zł.

W przykładzie 30. zdający wyciągnął końcowy wniosek na podstawie połączenia dwóch różnych dróg rozwiązania problemu – metody algebraicznej i metody „prób i błędów”.

Kolejne dwa rozwiązania zawierają opisy słowne, w których analizowano koszt zakupu bukietu w oparciu o własności liczb naturalnych – parzystość i nieparzystość. W rezultacie wykazano, że koszt zakupu bukietu musi być liczbą parzystą.

Przykład 31.

x = ilość róż

2x = ilość goździków

4 · x = zawsze liczba ~~nieparzysta~~ parzysta

x · 4 zł = 4x (cena róż)

6 · x = zawsze liczba ~~nieparzysta~~ parzysta

2x · 3 zł = 6x (cena goździków)

liczba parzysta + liczba parzysta =

= zawsze liczba parzysta

Odp. nie, nie mogły kosztować 35 zł.

35 zł to liczba nieparzysta

cena bukietu może być tylko liczba parzysta

ponieważ jest wynikiem dodania dwóch liczb, które muszą być parzyste.

Przykład 32.

Nie, ponieważ cena róż jest parzysta, a goździków nieparzysta, ale liczba goździków w bukiecie jest parzysta czyli nieparzysta cena razy parzysta ilość wynosi parzysta cena. Łączna

A suma parzystej ceny róż i parzystej ceny goździków też będzie parzysta.

Nieco ponad 12% zdających otrzymało za rozwiązanie tego zadania 1 punkt. Oznacza to, że albo popełnili oni błąd rachunkowy, albo nie dokończyli swojego rozwiązania. Poniżej zamieszczono kilka przykładów ilustrujących tego typu rozwiązania.

Przykład 33.

$x \to$ róże

$2x \to$ goździki

$x \cdot 4zł + 2x \cdot 3zł = 35zł$

$3x \cdot 7zł = 35zł \quad /:7zł$

$3x = 5$

$x = 1,(6)$

błędnie rozwiązane równanie

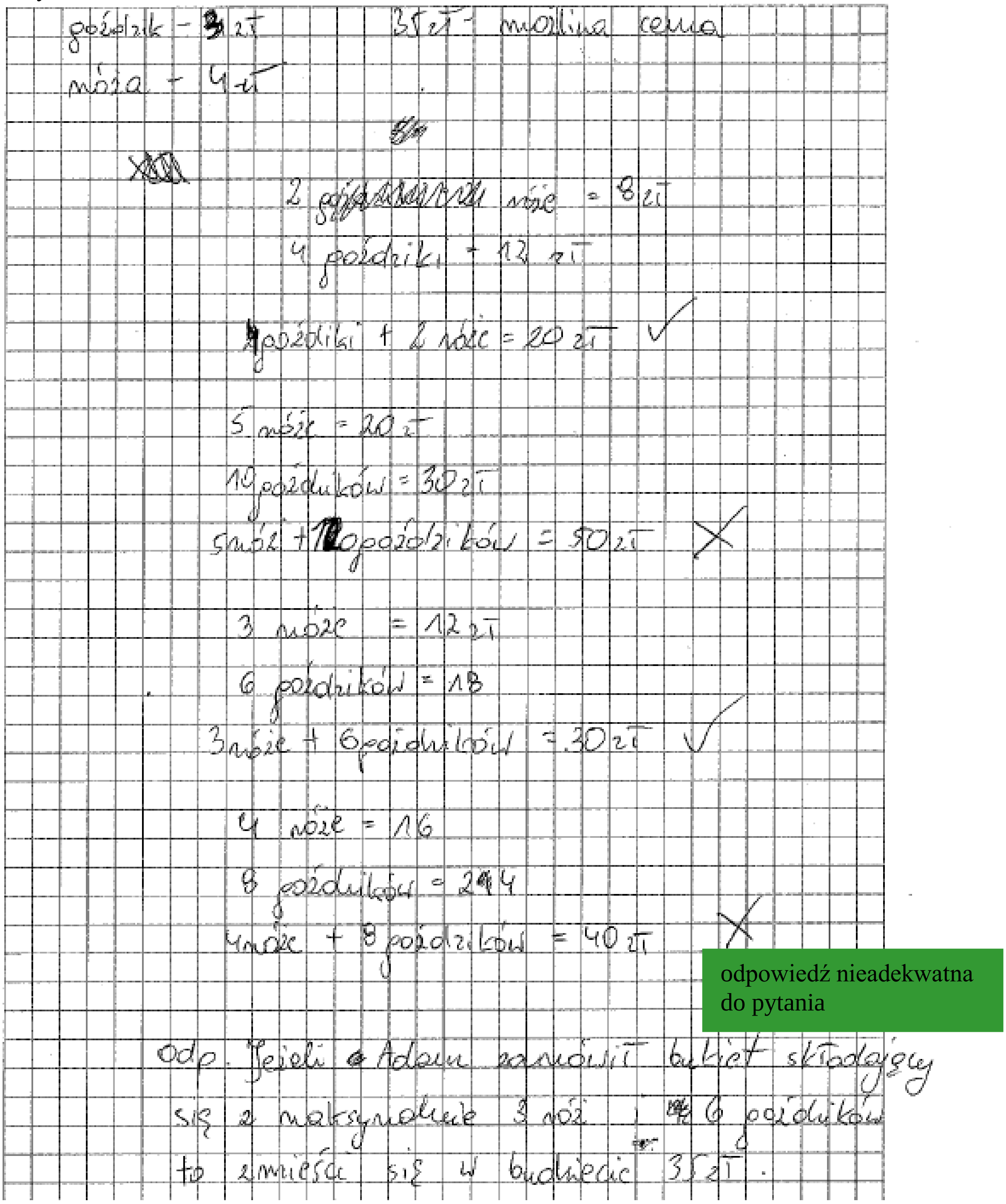
1,(6) to nie liczba całkowita, a nie jest możliwe kupienie kwiatu na części, więc $x \cdot 4zł + 2x \cdot 3zł \neq 35zł$

Odp.

Wszystkie kwiaty w tym bukiecie nie mogły kosztować 35zł.

W przykładzie 33. zdający zapisał poprawne równanie z jedną niewiadomą i wniosek końcowy. Równanie rozwiązał błędnie.

Przykład 34.


goździk - 3 zł   35 zł - możliwa cena
róża - 4 zł

2 róże = 8 zł
4 goździki = 12 zł
4 goździki + 2 róże = 20 zł ✓

5 róż = 20 zł
10 goździków = 30 zł
5 róż + 10 goździków = 50 zł ✗

3 róże = 12 zł
6 goździków = 18
3 róże + 6 goździków = 30 zł ✓

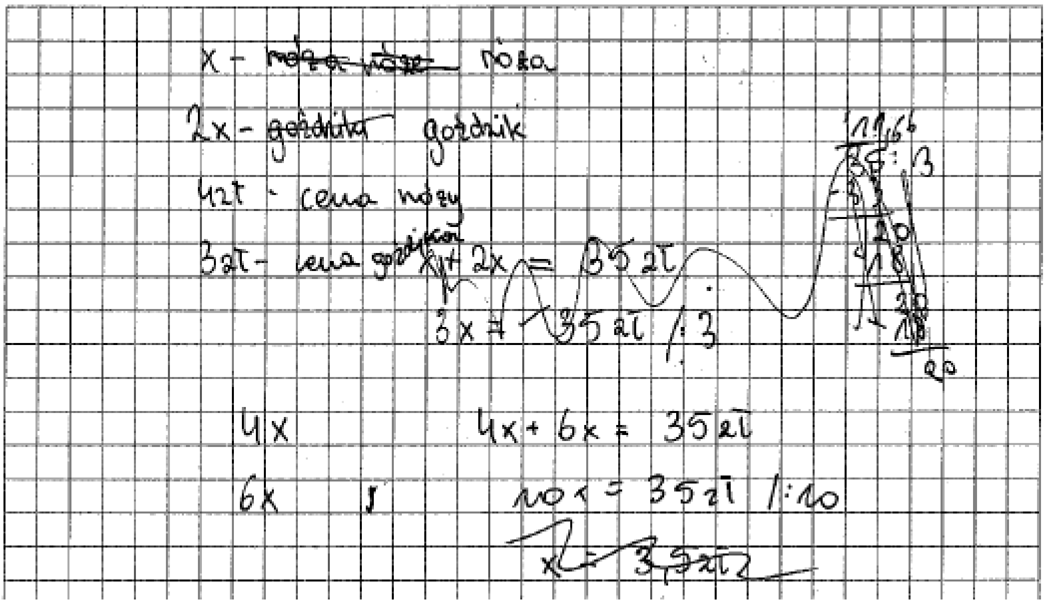
4 róże = 16
8 goździków = 24
4 róże + 8 goździków = 40 zł ✗

odpowiedź nieadekwatna do pytania

Odp. Jeżeli Adam zamówił bukiet składający się z maksymalnie 3 róż i 6 goździków to zmieści się w budżecie 35 zł.

W przykładzie 34. uczeń obliczył koszt zakupu czterech różnych bukietów spełniajacych warunki zadania, jednak w sformuowanym wniosku nie odniósł się do pytania postawionego w zadaniu.

Przykład 35.


x – ~~noża nóże~~ noża
2x – ~~goździka~~ goździk
4zł – cena noża
3zł – cena goździków
x + 2x = 35 zł
3x = 35 zł /:3
4x
6x
4x + 6x = 35 zł
10x = 35 zł /:10
~~x = 3,5 zł~~

Zdający nie dokończył rozwiązywania równania.

Prawie 47% ósmoklasistów nie poradziło sobie z rozwiązaniem zadania bądź w ogóle nie podjęło takiej próby. Wśród niepoprawnych realizacji zadania najczęstszą przyczyną była błędna interpretacja treści zadania np. ułożenie niepoprawnego równania albo ustalenie cen bukietów o składzie, który nie spełnia warunków zadania.

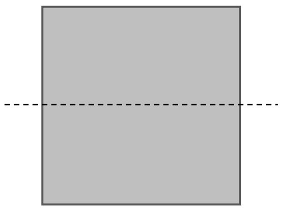
Najtrudniejszym zadaniem z obszaru rozumowania i argumentacji oraz w całym zestawie było zadanie 20., za które zdający uzyskali średnio 24% punktów możliwych do zdobycia. Było to zadanie z zakresu geometrii płaskiej, za którego rozwiązanie można było maksymalnie otrzymać 3 punkty. Szerzej zostało ono omówione w dalszej części opracowania.

„Pod lupą". Dostrzeganie zależności kluczem do rozwiązania zadań z geometrii

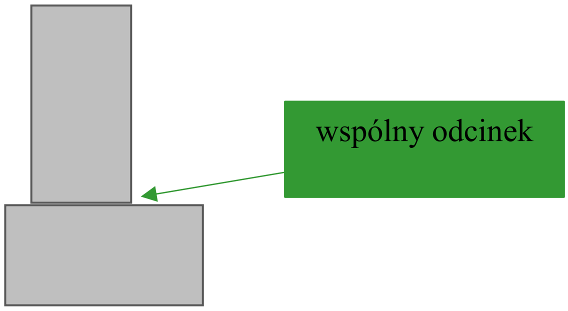
W arkuszu zastosowanym na egzaminie były zadania odnoszące się do zagadnień z geometrii płaskiej i przestrzennej wymagające zauważenia pewnych zależności. Poruszana problematyka dotyczy dwóch zadań zamkniętych: 10. i 15. oraz dwóch otwartych: 20. i 21. Spośród nich zadanie 15. odnosiło się do stereometrii, natomiast trzy pozostałe – do planimetrii. W każdym z nich poprawna analiza sytuacji zadaniowej oraz rysunku otwierała drogę do rozwiązania zadania. Średni poziom wykonania czterech wymienionych zadań wynosi 34%. Ósmoklasiści lepiej poradzili sobie z zadaniami zamkniętymi – średni poziom wykonania to 42%, natomiast gorzej z otwartymi, które wymagały zaplanowania kilku etapów rozwiązania – średni poziom wykonania to 31%. Znaczny wpływ na niski poziom wykonania w tej grupie zadań ma zadanie 20., za rozwiązanie którego uczniowie mogli uzyskać maksymalnie 3 punkty.

Zadania zamknięte

Zadanie 10. wymagało przeprowadzenia prostego rozumowania w oparciu o poruszane w nim zagadnienie z zakresu geometrii płaskiej. Kwadrat o boku a rozcięto na dwa przystające prostokąty (rysunek I), z których ułożono figurę przedstawioną na rysunku II. W zadaniu należało ocenić wartość logiczną dwóch zdań, w których podane były zależności między obwodami figur a długością boku kwadratu. Zanim jednak można było przystąpić do ich oceny, należało zauważyć, w jaki sposób z kwadratu rozciętego na dwa przystające prostokąty powstała figura przedstawiona na rysunku II. Krótszy bok jednego prostokąta stanowi część dłuższego boku drugiego, zatem jeśli rozważamy obwód takiej figury, to należy odpowiednio uwzględnić wspólny odcinek obydwu prostokątów.



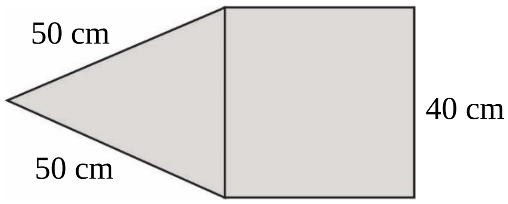
Rysunek I



Rysunek II

Niewątpliwie dodatkową trudnością w zadaniu była konieczność tworzenia i przekształcania wyrażeń algebraicznych. Z treści zadania wiemy, że bok kwadratu ma długość a, zatem jego obwód opisuje wyrażenie $4a$, a obwód każdego z prostokątów, na które podzielono kwadrat $2a + 2 \cdot \frac{1}{2}a = 2a + a = 3a$. Obwód wielokąta przedstawionego na rysunku II będzie zatem równy dwukrotnej wartości obwodu jednego prostokąta pomniejszonej o podwojoną długość wspólnego odcinka, czyli $2 \cdot 3a - 2 \cdot \frac{1}{2}a = 5a$. Dwa zdania poprawnie oceniło 48% ósmoklasistów. Co czwarty zdający uznał, że zdanie: „Obwód ułożonej figury jest większy o 1,5a od obwodu kwadratu.” jest prawdziwe. Świadczyć to może o tym, że od podwojonego obwodu prostokąta odjął długość wspólnego odcinka tylko raz, co w konsekwencji daje różnicę obwodów 5,5a – 4a = 1,5a.

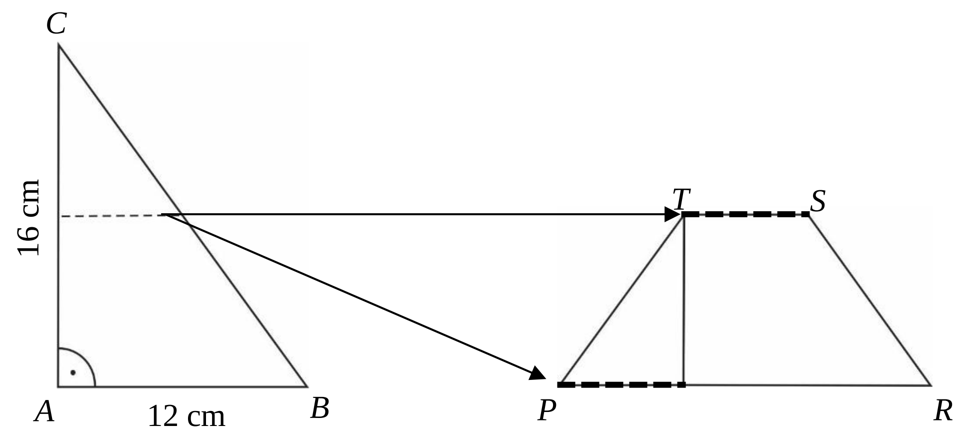
W zadaniu 15., w oparciu o zamieszczony na rysunku fragment siatki ostrosłupa prawidłowego czworokątnego oraz podane na nim długości niektórych odcinków, należało obliczyć sumę długości wszystkich jego krawędzi.



Tak sformułowane zadanie wymagało od zdających wyobrażenia sobie tej bryły przestrzennie. Wystarczyło ustalić, ile ma krawędzi odpowiedniej długości i obliczyć ich sumę. Poprawną odpowiedź wskazało 35% ósmoklasistów. Dobrą praktyką w rozwiązywaniu zadań geometrycznych jest wykonywanie szkiców, rysunków pomocniczych – uczniowie, którzy sięgnęli po takie metody nie mieli większych problemów z udzieleniem poprawnej odpowiedzi. Prawie równie często jak poprawną odpowiedź zdający wybierali tę, w której zapisana była suma długości wszystkich odcinków siatki (31% zdających). Wybierający tę odpowiedź uznali, że ostrosłup ten ma 8 krawędzi bocznych, a nie 4. Odpowiedź, która wynikała z obliczenia sumy długości wszystkich odcinków widocznych na fragmencie siatki wybrało 23% zdających, a 11% obliczyło obwód wielokąta przedstawionego na rysunku.

Zadania otwarte

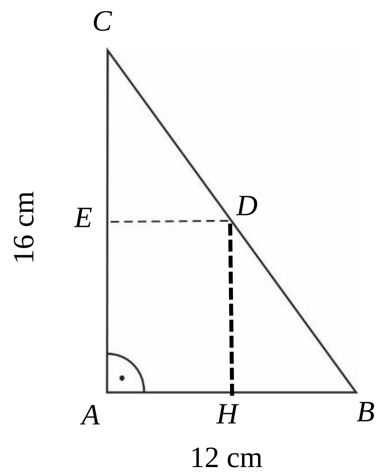
Treść zadania 21. uzupełniały dwa rysunki. Na rysunku I przedstawiony był trójkąt prostokątny *ABC*, podane były długości jego przyprostokątnych oraz linią przerywaną pokazano sposób jego podziału na trójkąt i trapez. W treści zadania była informacja o tym, że linia przerywana łączy środki dłuższej przyprostokątnej i przeciwprostokątnej, i że jest równoległa do krótszej przyprostokątnej. Na rysunku II przedstawiono trapez *PRST*, który został złożony z figur powstałych z rozcięcia trójkąta *ABC* na dwie części. W zadaniu należało obliczyć różnicę obwodów trójkąta *ABC* i trapezu *PRST*. Zasadniczą trudnością w tym zadaniu było ustalenie, które odcinki trójkąta są odpowiednimi odcinkami w trapezie. Pierwszy krok w rozwiązaniu zadania polegał na wyznaczeniu długości przeciwprostokątnej trójkąta *ABC* (20 cm) z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa. Następnie należało zauważyć, które odcinki trapezu *PRST* mają taką samą długość, jak linia przerywana z rysunku I.



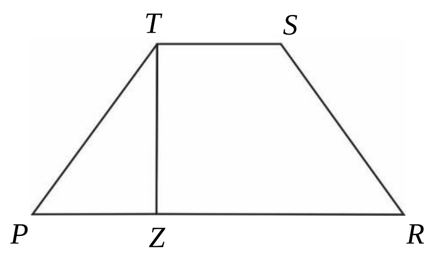
Rysunek I Rysunek II

Znając długość przeciwprostokątnej trójkąta *ABC* można było wyznaczyć długość odcinka zaznaczonego przerywaną linią (6 cm), a następnie obliczyć obwody trójkąta *ABC* (48 cm) i trapezu *PRST* (44 cm) oraz ich różnicę (4 cm).

Zadanie to można było rozwiązać inaczej. Odcinek *DH* jest wysokością trapezu prostokątnego *ABDE* i jest równy połowie długości odcinka *AC*. Trójkąty *HBD* oraz *EDC* są przystające (np. na podstawie cechy bok-kąt-bok), więc odcinki *ED* i *HB* mają jednakowe długości (12 cm : 2 = 6 cm). W trapezie *PRST* odcinki *TS* i *PZ* są równe odcinkowi *ED* oraz odcinek *ZR* jest taki sam jak odcinek *AB*, natomiast suma długości jego ramion jest równa długości odcinka *BC*. Z tego wynika, że różnica obwodów tych figur jest równa różnicy długości odcinka *AC* oraz sumy długości odcinków *TS* i *PZ* trapezu (16 cm – 2 · 6 cm = 4 cm).

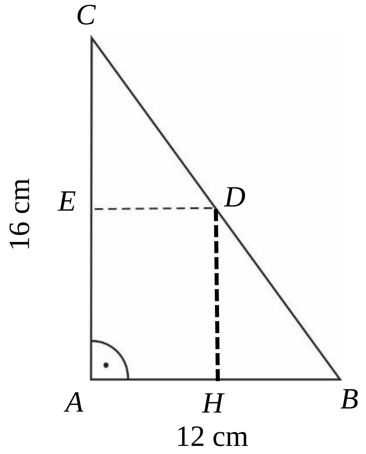


Rysunek I

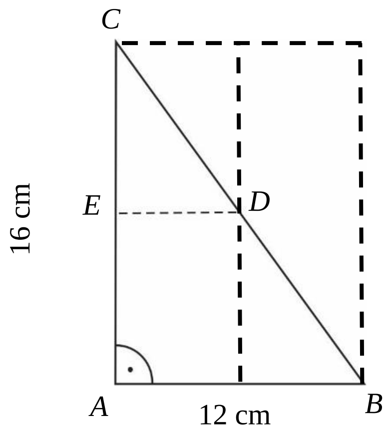


Rysunek II

Poniżej inny sposób analizy rysunku. Po dorysowaniu wysokości trapezu *ABDE* i stwierdzeniu, że ma ona długość 8 cm (16 : 2) oraz wyznaczeniu przeciwprostokątnej trójkąta *ABC* (20 cm) – można ustalić długości odcinków *BD* i *CD* (10 cm). Korzystając z twierdzenia Pitagorasa można wyznaczyć długości odcinków *HB* i *ED* (6 cm), a następnie ustalić długości poszczególnych odcinków tworzących trapez *PRST* i obliczyć różnicę obwodów trójkąta i trapezu.



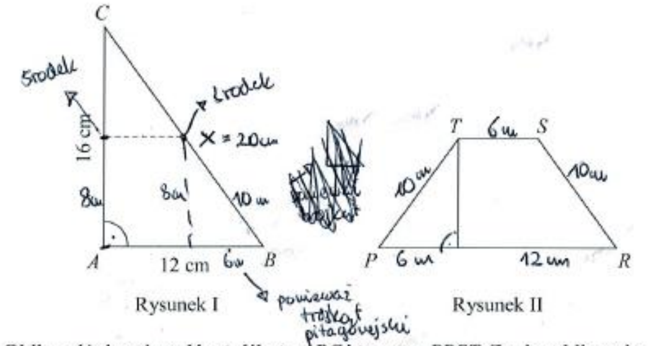
W kolejnym sposobie rozwiązania wykorzystano własności prostokąta. W tym celu do trójkąta *ABC* dorysowano dwa odcinki tak, że powstał prostokąt o przekątnej *BC*. Korzystając z własności prostokąta wyznaczono długość odcinka *ED* (6 cm) i ustalono długości poszczególnych odcinków tworzących trapez *PRST*. Szukaną różnicę można wyznaczyć w podobny sposób, jak we wcześniej omawianych rozwiązaniach.



Kluczem do sukcesu w rozwiązywaniu tego zadania była bardzo wnikliwa analiza obu rysunków oraz spostrzeżenie zależności między długościami odcinków obu figur. Wszystkie prezentowane powyżej sposoby rozwiązania zadania można znaleźć wśród uczniowskich realizacji.

Za rozwiązanie zadania 21. ósmoklasiści uzyskali średnio 38% punktów możliwych do zdobycia. Prawie 23% zdających poradziło sobie bezbłędnie i otrzymało maksymalną liczbę trzech punktów. Poniżej przedstawiono kilka przykładów poprawnych rozwiązań.

Przykład 36.



Rysunek I Rysunek II

Oblicz różnicę obwodów trójkąta *ABC* i trapezu *PRST*. Zapisz obliczenia.

$12^2 + 16^2 = x^2$

$144 + 256 = x^2$

$x^2 = 400$

$x = 20$

$16 \cdot 16 = 160 + 96 = 256$

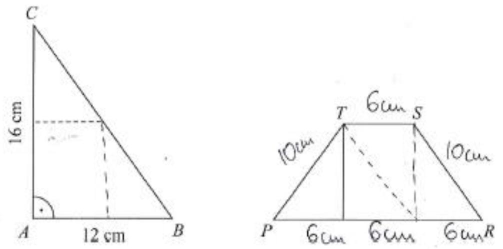
Obw△ = 12 + 16 + 20 = 48 cm

Obw ⏢ = 10 + 10 + 6 + 18 = 44 cm

48 cm − 44 cm = 4 cm

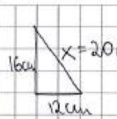
Odp: Różnica obwodu trójkąta ABC i trapezu PRST wynosi 4 cm

Przykład 37.



Rysunek I Rysunek II

Oblicz różnicę obwodów trójkąta *ABC* i trapezu *PRST*. Zapisz obliczenia.



$16^2 + 12^2 = x^2$

$256 + 144 = x^2$

$400 = x^2 \ /\sqrt{\ }$

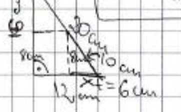
$20 = x$

$20(cm) = x$

$x = 20$ cm

20 : 2 = 10 (cm)

b = 16 : 2 = 8 (cm)



$8^2 + x_1^2 = 10^2$

$64 + x_1^2 = 100$

$x_1^2 = 36 \ /\sqrt{\ }$

$x_1 = 6$ (cm)

12 cm − 6 cm = 6 cm

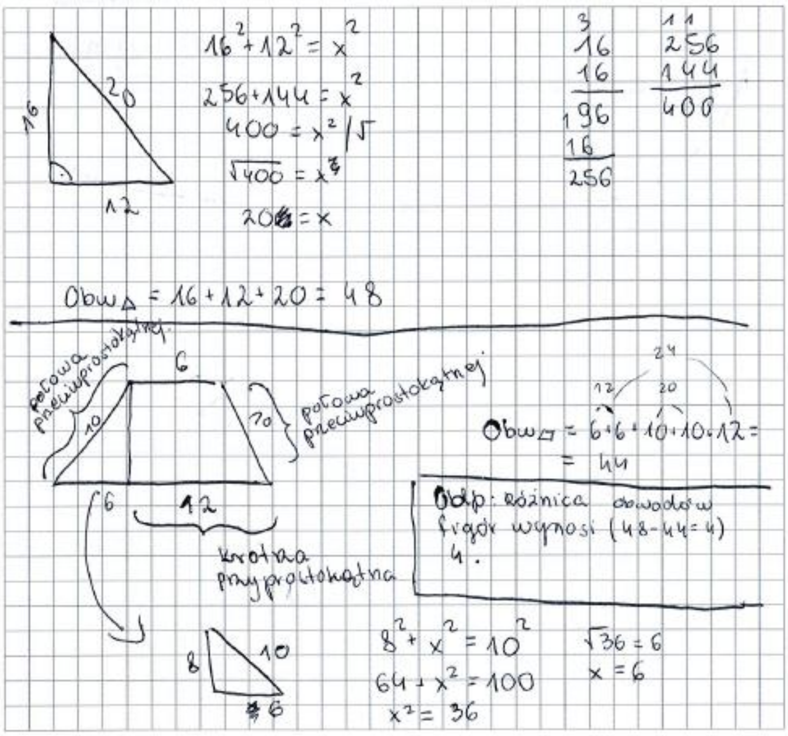
Obw△ = 16 + 20 + 12 = 48 (cm)

Obw⏢ = 2 · 10 + 6 · 4 = 44 (cm)

48 cm − 44 cm = 4 cm

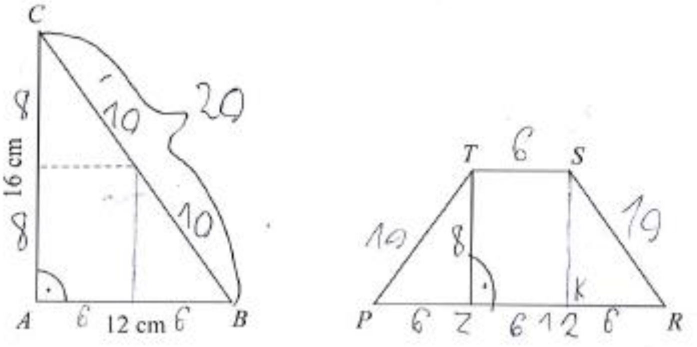
Odp: Różnica wynosi 4 cm.

Przykład 38.



Niewiele ponad 7% zdających za swoje rozwiązania otrzymało 2 punkty. Oznacza to, że przedstawione rozwiązania zawierają błędy rachunkowe przy poprawnych sposobach obliczenia przeciwprostokątnej, obwodów obu figur lub ich różnicy albo poprawnie obliczony obwód trapezu *PRST* (44 cm).

Przykład 39.



Rysunek I Rysunek II

Oblicz różnicę obwodów trójkąta *ABC* i trapezu *PRST*. Zapisz obliczenia.

Obliczamy przeciwprostokątną trójkąta.

$16^2+12^2=x^2$

$256+144=x^2$ Obw.Δ $= 12+16+20 = 48$ cm

$x^2=\sqrt{400}=20$

Wyliczamy przerywaną linię SKR = TPZ

~~$8^2+x^2=10^2$~~ $12:2=6$

~~$x^2=100-64$~~

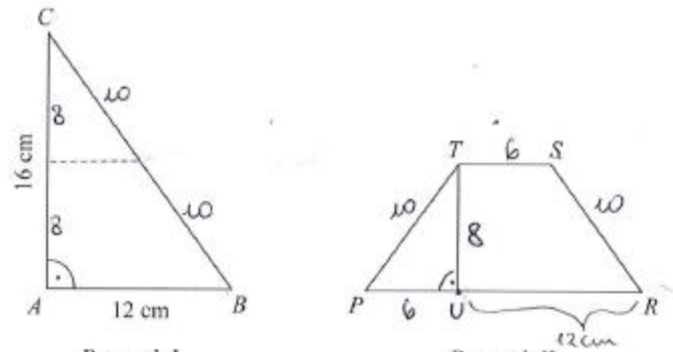
Obw $= 4\cdot 6 + 2\cdot 10 = 24+20 = 44$ cm

$48\,cm^2 - 44\,cm^2 = 2\,cm^2$ błąd rachunkowy

Różnica obwodów trójkąta ABC i trapezu PRST to 2 cm

W przykładzie 39. zdający zaprezentował poprawne sposoby obliczenia obwodów obu figur, ale popełnił błąd rachunkowy przy obliczaniu ich różnicy.

Przykład 40.



Rysunek I　　　Rysunek II

Oblicz różnicę obwodów trójkąta *ABC* i trapezu *PRST*. Zapisz obliczenia.

jeżeli dłuższa przyprostokątna została pocięta na pół, to 16 cm : 2 = 8 cm, więc wysokość trapezu to 8 cm

$|CB|^2 = 16^2 + 12^2$ 　 połowa CB to 20 : 2 = 10

$|CB|^2 = 256 + 144$ 　 połowa CB = PT

$|CB|^2 = 400$ 　 obliczam przyprostokątną ΔPTU

$|CB| = \sqrt{400} = 20$ 　 $8^2 + x^2 = 10^2$ 　 $64 + x^2 = 100$

$x = \sqrt{36} = 6$

$|PR| = 6\text{ cm} + 12\text{ cm} = 18\text{ cm}$

$|TS| = |PT| = 6\text{ cm}$

$Obw_{\text{trapezu } PRST} = 6\text{ cm} + 18\text{ cm} + 2 \cdot 10\text{ cm} = 44\text{ cm}$

$Obw_{\text{trójkąta } ABC} = 16\text{ cm} + 12\text{ cm} + 10\text{ cm} = 38\text{ cm}$

niepoprawny sposób wyznaczenia obwodu trójkąta

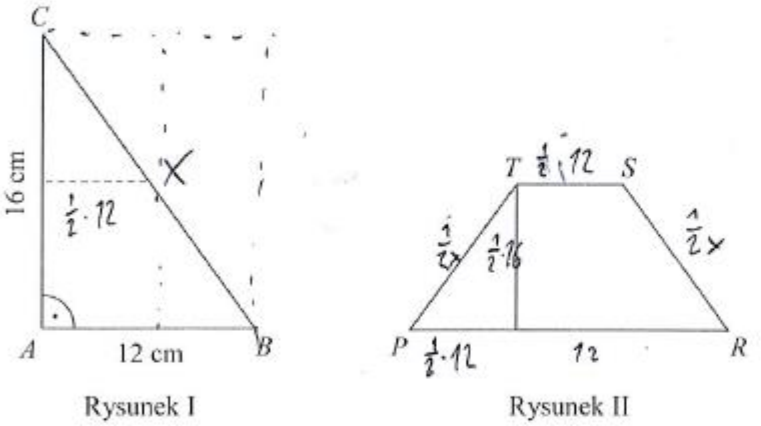
różnica w obwodach tych dwóch figur:

$44\text{ cm} - 38\text{ cm} = 6\text{ cm}$

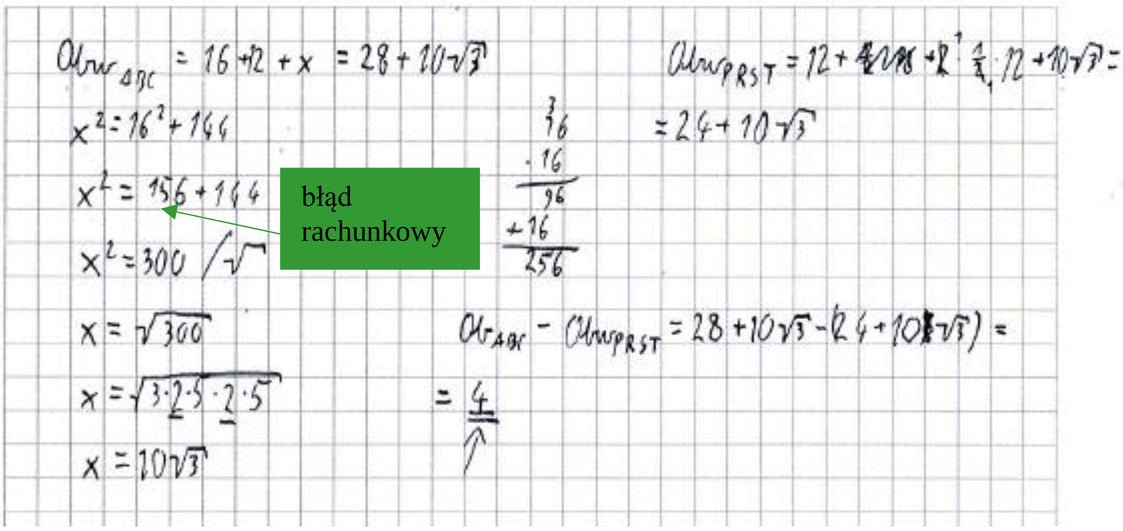
Odpowiedź: Różnica obwodów = 6 cm.

Zdający przedstawił poprawny sposób obliczenia przeciwprostokątnej trójkąta *ABC*, ustalił długości odcinków tworzących trapez *PRST* oraz obliczył obwód tego trapezu. W obliczeniu obwodu trójkąta *ABC* uwzględnił jedynie połowę długości przeciwprostokątnej.

Przykład 41.



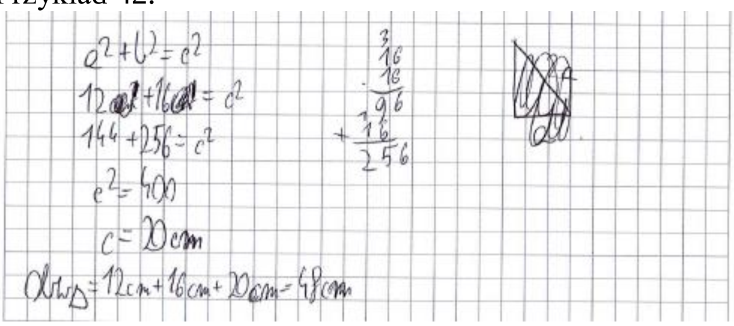
Oblicz różnicę obwodów trójkąta *ABC* i trapezu *PRST*. Zapisz obliczenia.



W tym przykładzie uczeń popełnił błąd rachunkowy podczas wyznaczania długości przeciwprostokątnej trójkąta *ABC* i z konsekwencją tego błędu doprowadził swoje rozwiązanie do końca.

Prawie 30% zdających otrzymało za rozwiązanie tego zadania 1 punkt, co oznacza, że zaprezentowało jedynie poprawną metodę wyznaczenia długości przeciwprostokątnej trójkąta *ABC*.

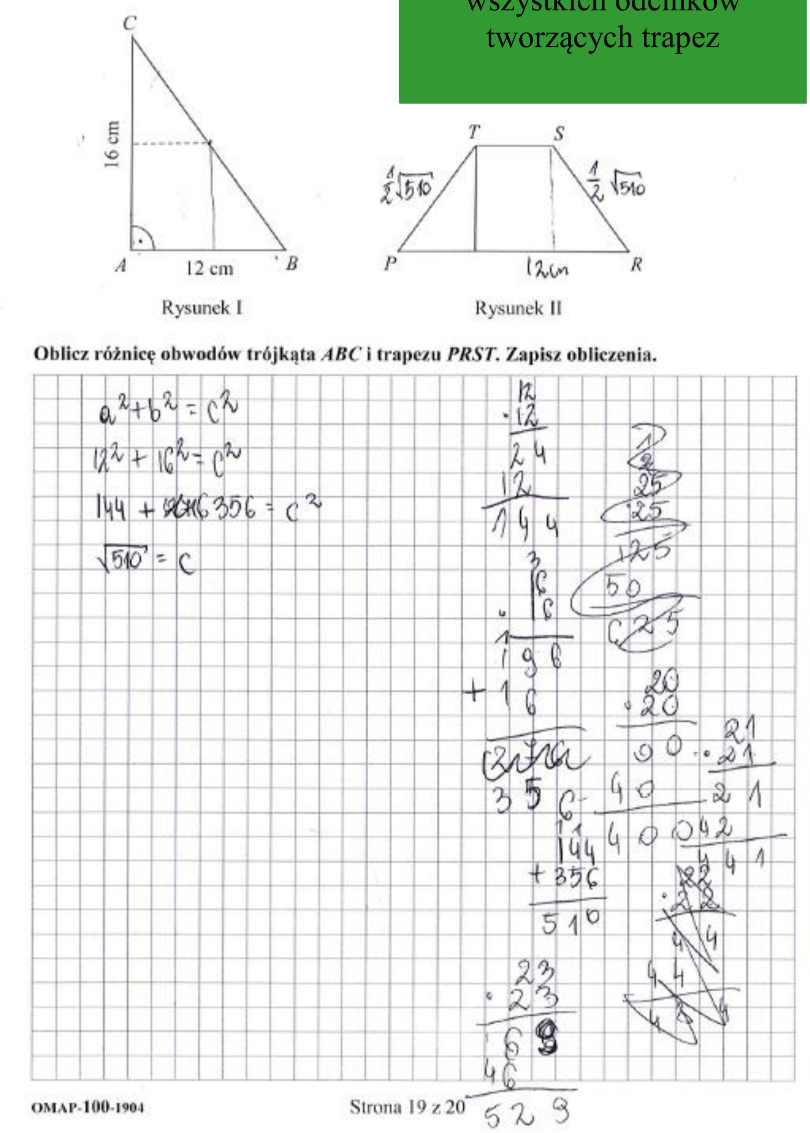
Przykład 42.



W przykładzie 42. zdający poprawnie obliczył długość przeciwprostokątnej oraz obwód trójkąta *ABC* i na tym zakończył rozwiązanie.

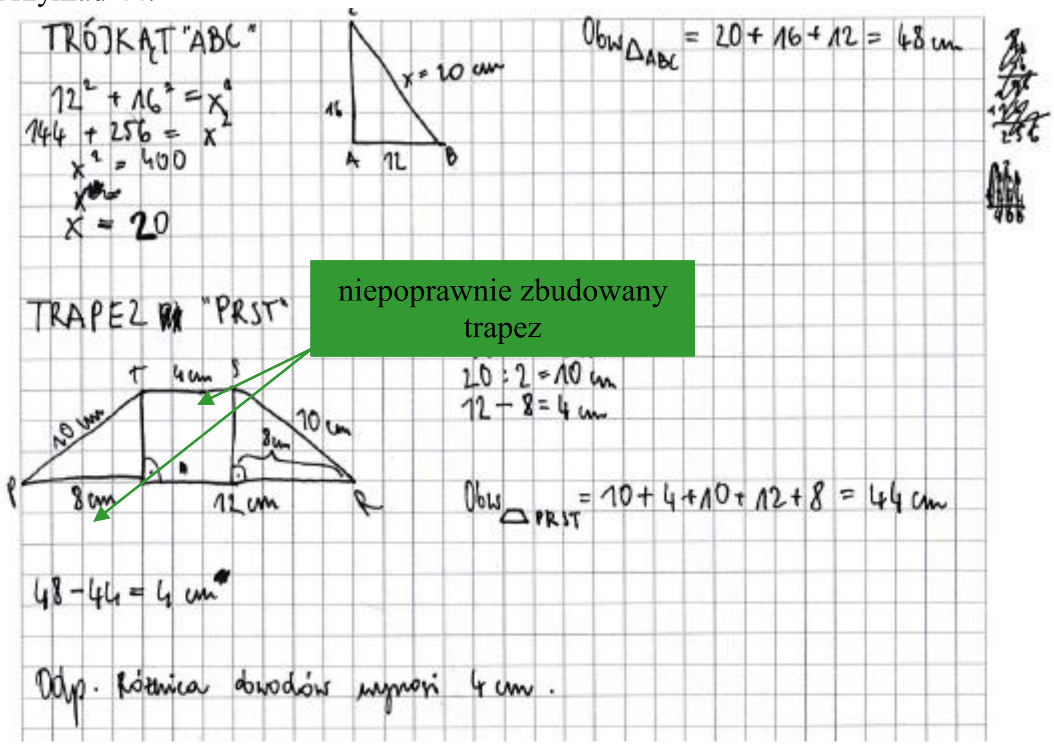
Przykład 43.

brak ustalenia długości wszystkich odcinków tworzących trapez



W przykładzie 43. zdający przedstawił poprawny sposób obliczenia długości przeciwprostokątnej i na tym zakończył rozwiązanie.

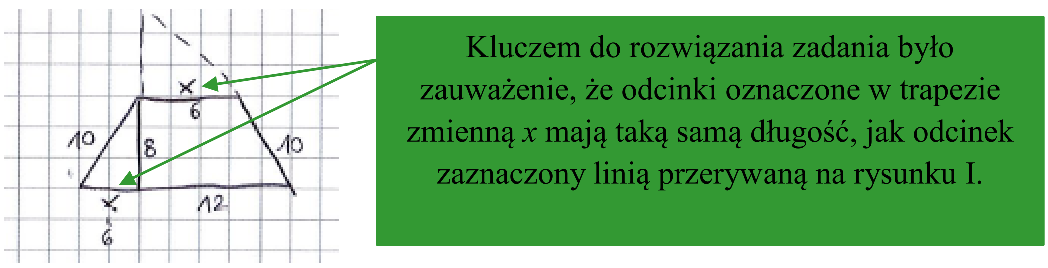
Przykład 44.



W przykładzie 44. zdający przedstawił poprawny sposób obliczenia długości przeciwprostokątnej *BC* i obliczył obwód trójkąta *ABC*. Z opisu trapezu wynika, że uczeń nie dostrzegł zależności między długościami odcinków trójkąta i trapezu zbudowanego zgodnie z warunkami zadania. W związku z tym sposób ustalenia obwodu trapezu jest niepoprawny, a uzyskany wynik 44 cm jest przypadkowy.

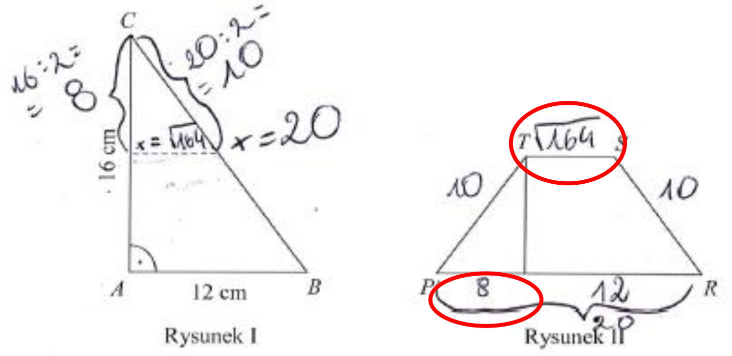
Wielu ósmoklasistów poprawnie zastosowało twierdzenia Pitagorasa, ale nie dostrzegło, które odcinki trójkąta z rysunku I tworzą odpowiednie odcinki trapezu przedstawionego na rysunku II (przykład 45.). Powodowało to, że za takie rozwiązanie uczeń uzyskiwał maksymalnie 1 punkt.

Przykład 45.

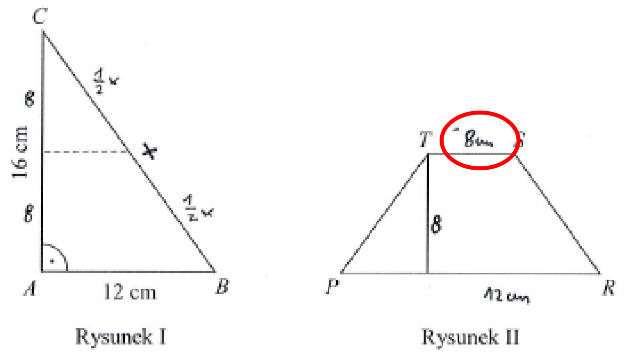


Poniżej przedstawiono przykłady, które ilustrują różne rodzaje błędów popełnianych przez ósmoklasistów przy ustalaniu długości odcinków trapezu *PRST*.

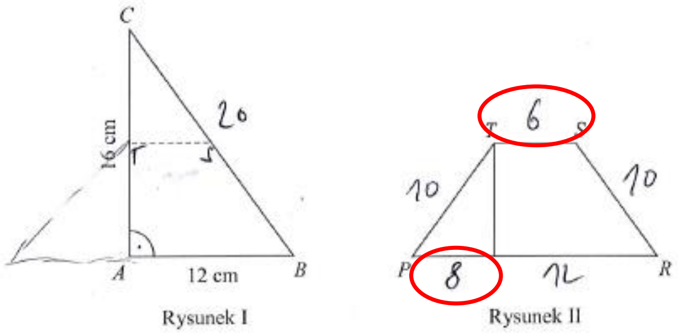
Przykład 46.



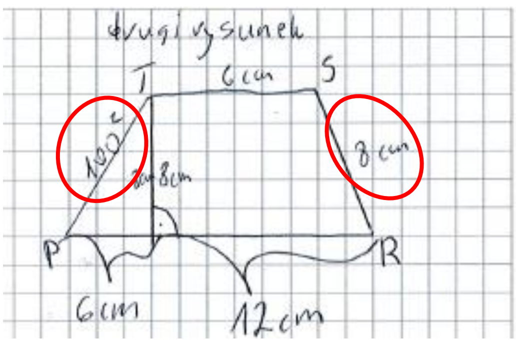
Przykład 47.



Przykład 48.

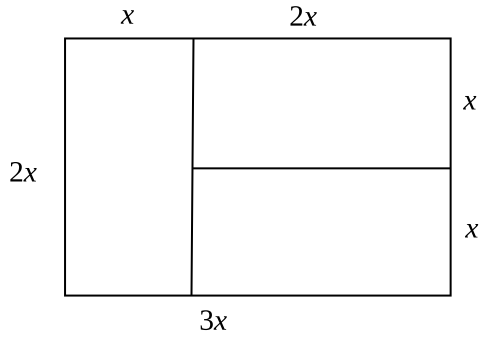


Przykład 49.



Dwóch na pięciu ósmoklasistów nie poradziło sobie z rozwiązaniem zadania bądź w ogóle nie podjęło takiej próby.

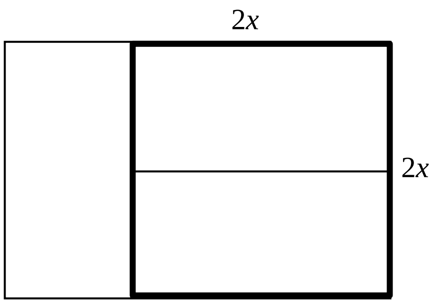
W treści zadania 20. podane były informacje o powierzchni prostokątnej działki (3750 m^2) oraz sposób jej podziału na trzy przystające prostokątne działki. Na podstawie zamieszczonego rysunku należało dostrzec, że długości boków każdej mniejszej działki pozostają w stosunku 2 : 1 lub długości dużej działki w stosunku 3 : 2.



Pierwszy etap obliczeń mógł być realizowany na cztery różne sposoby.

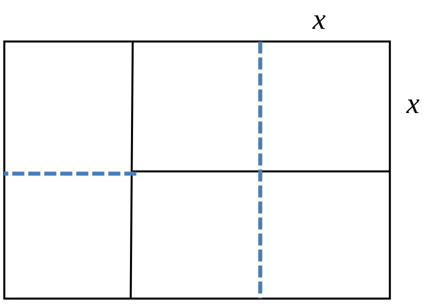
Po ustaleniu, że wymiary dużej działki są w stosunku 3 : 2 można zapisać równanie $3x \cdot 2x = 3750$, natomiast w przypadku stosunku długości boków małej działki 2 : 1 równanie $2x \cdot x = 1250$. Rozwiązanie obu równań ($x = 25$ m) prowadzi do ustalenia długości obu boków działki przed podziałem: $2x = 50$ m, $3x = 75$ m.

Inny sposób rozwiązania wynikał z zauważenia, że dwa mniejsze prostokąty tworzą kwadrat o polu 2500 m^2.



Po ustaleniu długości boku (50 m) zaznaczonego kwadratu, który stanowi jeden z wymiarów działki przed podziałem, należało obliczyć drugi wymiar tej działki, wykorzystując fakt, że jest on 1,5 razy większy od już ustalonego.

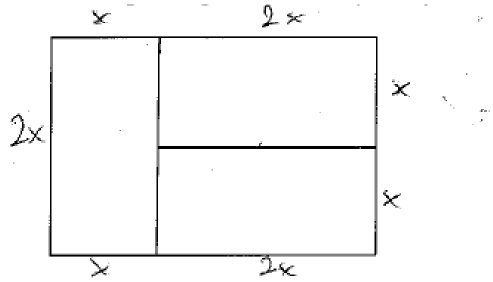
Ostatni sposób polegał na zauważeniu, że prostokąt można podzielić na sześć przystających kwadratów.



Po wyznaczeniu powierzchni jednej kwadratowej części $3750 : 6 = 625$ (m^2), można było ustalić długość boku tego kwadratu ($x = 25$ m) i długości obu boków działki przed podziałem: $2x = 50$ m, $3x = 75$ m.

W zadaniu tym ósmoklasiści uzyskali średnio 24% punktów możliwych do zdobycia. Nieco ponad 17% zdających otrzymało za swoje rozwiązania maksymalną liczbę punktów, czyli 3. Poniżej przedstawiono kilka poprawnych realizacji uczniowskich tego zadania.

Przykład 50.



Jakie wymiary miała działka przed podziałem? Zapisz obliczenia.

$3750\,m^2 : 3 = 1250\,m^2$

$(2x + x) \cdot 2x = 3750\,m^2$

$3x \cdot 2x = 3750\,m^2$

$6x^2 = 3750\,m^2 \quad / : 6$

$x^2 = 625\,m^2$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{625\,m^2}$

$x = 25\,m$

$2x = 2 \cdot 25\,m = 50\,m$

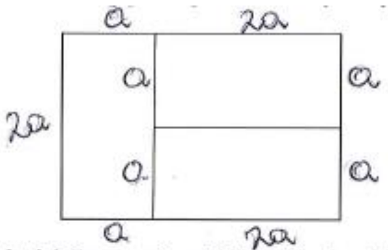
$3x = 3 \cdot 25\,m = 75\,m$

$50\,m \cdot 75\,m = 3750\,m^2$

Odp. Przed podziałem działka miała wymiary 50 m × 75 m.

W przykładzie 50. ósmoklasista rozpoczął rozwiązywanie zadania od ustalenia zależności między długościami boków małego prostokąta i zapisania równania, korzystając z informacji o polu działki przed podziałem. Po rozwiązaniu równania wyznaczył wymiary dużej działki.

Przykład 51.



Jakie wymiary miała działka przed podziałem? Zapisz obliczenia.

DANE: $P_{C(działki)} = 3750 m^2$

po podziale na 3 → każda część ma jednakowe wymiary (czyli też jednakowe pole)

SZUKANE: wymiary całej działki = ?

$3750 m^2 : 3 = 1250 m^2$

pole jednej części

jeżeli krótszy bok jednej z części oznaczę jako „a" to jej pole wynosi: $a \cdot 2a = 2a^2$

$2a^2 = 1250 m^2 / :2$

$a^2 = 625 m^2$

$a = \sqrt{625 m^2}$

$a = 25 m$

1250
$3750 : 3$
3
-7
6
15
15
2
75
50
$375\,0$

wymiary całej działki to ~~2a~~[m] 3a[m] czyli

$2 \cdot 25 [m] \times 3 \cdot 25 [m] = 50 m \times 75 m$

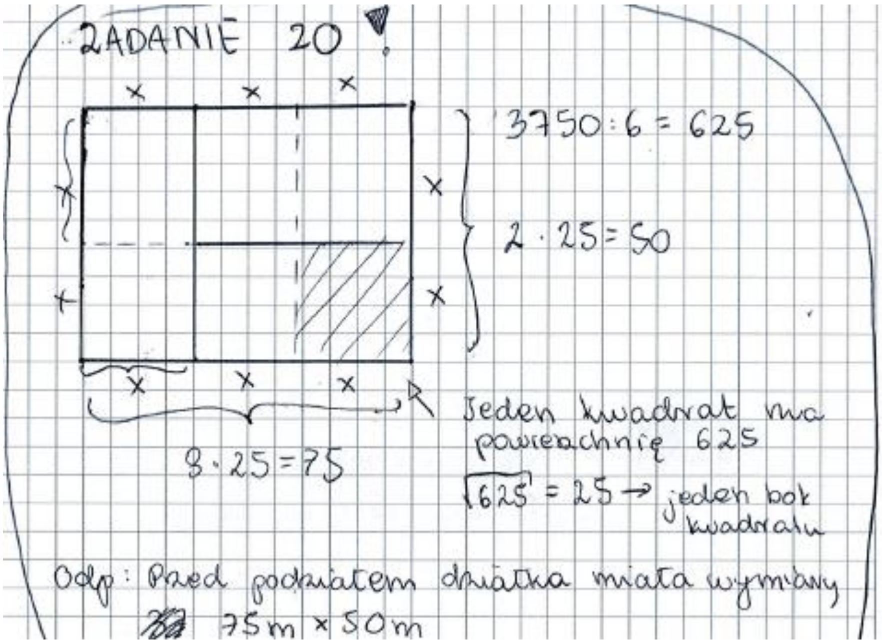
SPRAWDZENIE: wymiary $50m \times 75m$, mieć pole:

$50m \cdot 75m = 3750 m^2$ ✓

Odpowiedź: Wymiary działki przed podziałem to $50m \times 75m$.

W przykładzie 51. zdający najpierw ustalił zależności między długościami boków małego prostokąta, a następnie zbudował równanie w oparciu o jego pole.

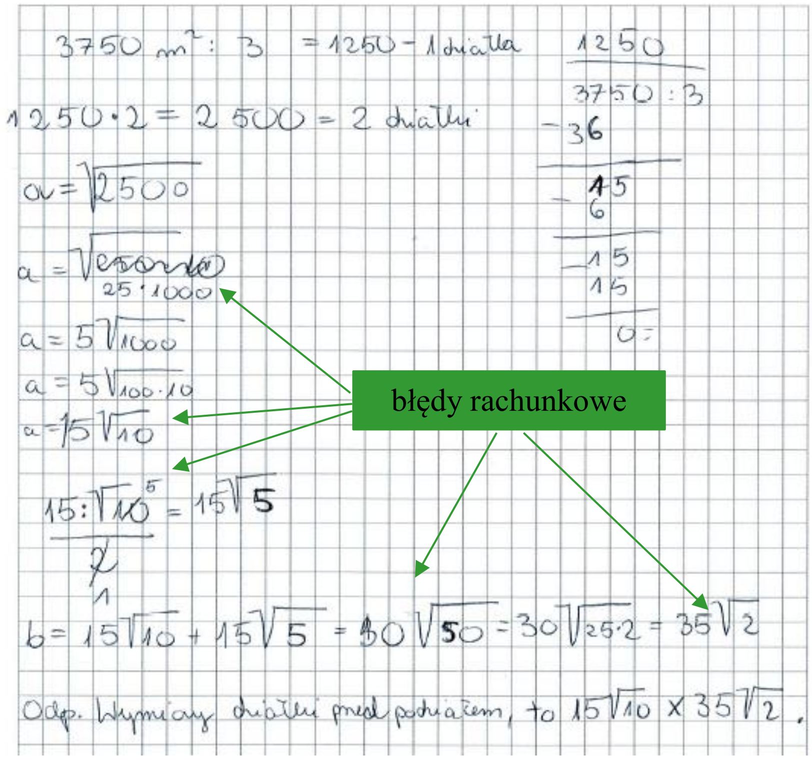
Przykład 52.



Przykład 52. ilustruje rozwiązanie, w którym uczeń zauważył, że rozważany prostokąt zbudowany jest z sześciu małych kwadratów i wykorzystując tę zależność bezbłędnie obliczył wymiary działki.

Prawie 5% zdających otrzymało za rozwiązanie 2 punkty. Ósmoklasiści zauważyli zależności między długościami boków prostokąta oraz przedstawili poprawny sposób wyznaczenia jednego wymiaru prostokąta i albo na tym zakończyli rozwiązanie, albo popełnili błędy rachunkowe.

Przykład 53.



$3750\ m^2 : 3 = 1250$ – 1 działka

$1250 \cdot 2 = 2500 = 2$ działki

$a = \sqrt{2500}$

$a = \sqrt{25 \cdot 1000}$

$a = 5\sqrt{1000}$

$a = 5\sqrt{100 \cdot 10}$

$a = 15\sqrt{10}$

$\frac{15 : \sqrt{10}}{2} = 15\sqrt{5}$

$b = 15\sqrt{10} + 15\sqrt{5} = 30\sqrt{50} = 30\sqrt{25 \cdot 2} = 35\sqrt{2}$

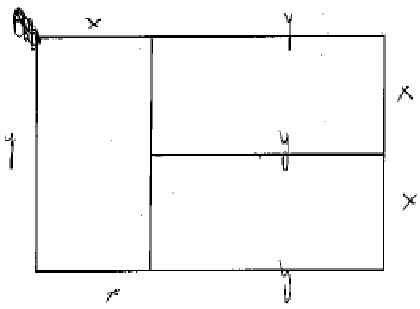
Odp. Wymiary działki przed podziałem, to $15\sqrt{10} \times 35\sqrt{2}$.

1250; $3750 : 3$; -36; 15; -6; 15; -15; 0

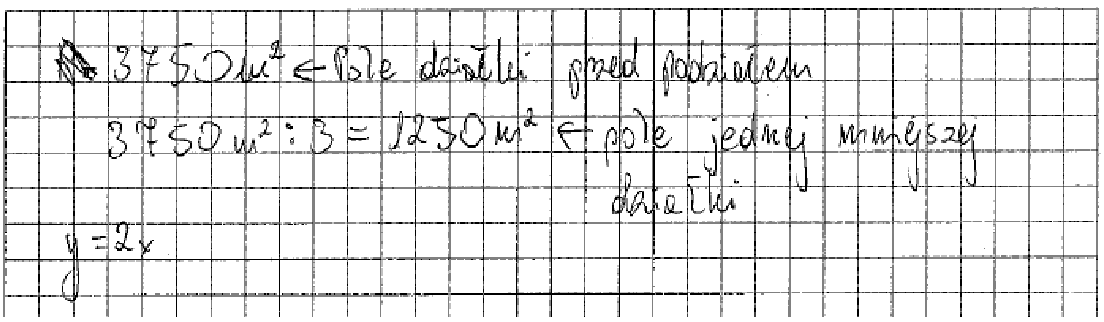
W przykładzie 53. zdający rozpoczął rozwiązanie od zauważenia, że dwa małe prostokąty tworzą kwadrat i wykorzystał to spostrzeżenie do rozwiązania zadania. W obliczeniach popełnił liczne błędy rachunkowe.

Niecałe 10% zdających otrzymało za rozwiązanie zadania 1 punkt. Zauważyli oni zależności między długościami boków małego bądź dużego prostokąta i nie potrafili ich wykorzystać do wyznaczenia długości boków prostokąta. Dwa kolejne przykłady ilustrują tego typu rozwiązania.

Przykład 54.



Jakie wymiary miała działka przed podziałem? Zapisz obliczenia.

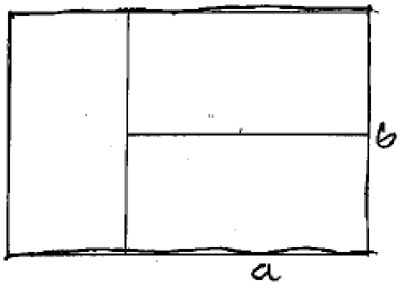


$3750\ m^2$ ← Pole działki przed podziałem

$3750\ m^2 : 3 = 1250\ m^2$ ← pole jednej mniejszej działki

$y = 2x$

Przykład 55.



Jakie wymiary miała działka przed podziałem? Zapisz obliczenia.

$P_{\square} = 3750\,m^2$

$a \cdot b = 3750\,m^2$

$a = \frac{3}{3}$ $b = \frac{2}{3}$

$b = \frac{2}{3}a$

Ponad 68% ósmoklasistów nie poradziło sobie z rozwiązaniem zadania bądź w ogóle nie podjęło takiej próby.

Wnioski i rekomendacje

Poziom wykonania wszystkich zadań z tegorocznego arkusza zastosowanego na egzaminie ósmoklasisty wynosi 45%. Jest on zróżnicowany i dla zadań zamkniętych przyjmuje wartości od 33% do 82%, a dla zadań otwartych – od 24% do 69%. Na egzaminie sprawdzany był szeroki zakres zagadnień z podstawy programowej – od działań na liczbach naturalnych (np. zadania 2., 5.), potęgach (zadanie 3.), pierwiastkach (zadanie 4.), poprzez stosowanie podziału proporcjonalnego (zadanie 6.), obliczanie średniej arytmetycznej (zadanie 7.), wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych (zadania 8., 10.), po szereg zagadnień z zakresu geometrii płaskiej (zadania 9., 10., 11., 12., 13., 20., 21.) oraz przestrzennej (zadania 14., 15.). Wiele zadań wymagało budowania modelu matematycznego, w których problem do rozwiązania osadzony był w kontekście praktycznym (zadania 1., 5., 6., 7., 14., 16., 17., 18., 19., 20.).

Zadania sformułowane w typowy sposób, w których problem do rozwiązania nie wymagał wykorzystania różnych umiejętności, były łatwiejsze od tych, których rozwiązania były wieloetapowe i wymagały łączenia wiedzy i umiejętności z różnych działów matematyki. Zagadnienia, których rozwiązanie sprowadzało się do operowania wyrażeniami arytmetycznymi, były łatwiejsze od tych, które wymagały tworzenia i przekształcania wyrażeń algebraicznych czy też dostrzegania zależności, co było szczególnie widoczne na przykładzie zadań odnoszących się do zagadnień z geometrii. Na podkreślenie zasługuje fakt, że ósmoklasiści stosują różne, nieszablonowe metody rozwiazywania problemów. Przytoczone w opracowaniu przykładowe rozwiązania uczniowskie zwracają uwagę na pojawiające się w pracach błędy. Należą do nich błędy zarówno rachunkowe, jak i wynikające z zastosowania metody rozwiązania, czy też takie, których źródłem jest nieuważna analiza treści zadania albo polecenia.

Wnioski, które wynikają z analiz jakościowych i ilościowych wyników tegorocznego egzaminu mogą być pomocne w planowaniu pracy dydaktycznej. Zatem w praktyce szkolnej, zgodnie z założeniami podstawy programowej, wskazane jest:

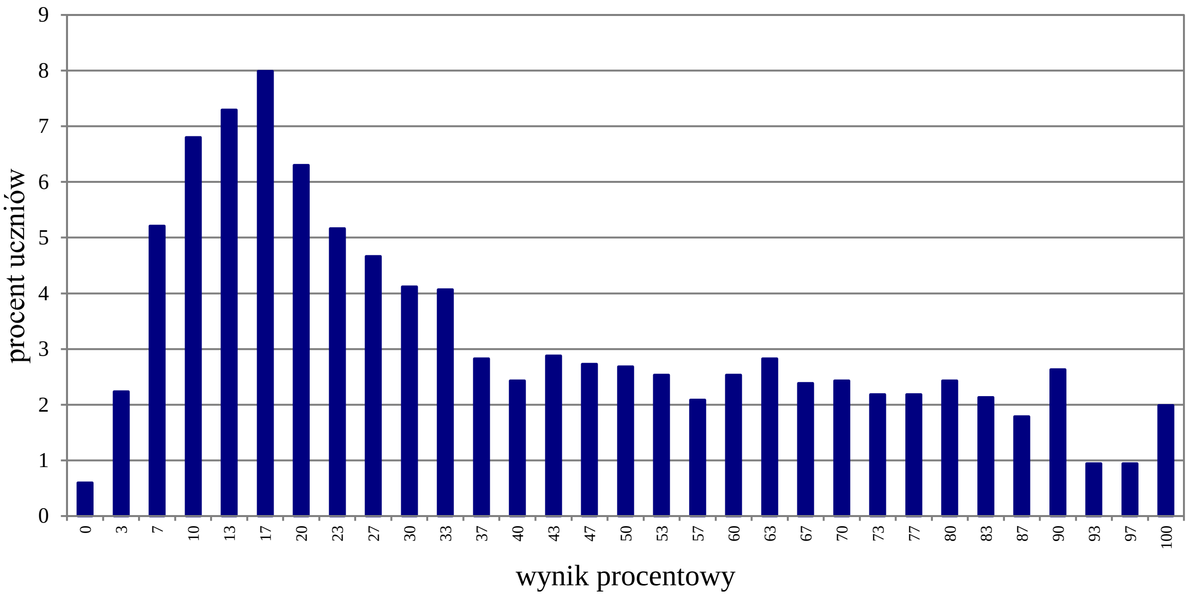
- wdrażanie uczniów do przedstawiania danych z zadania w postaci rysunków, grafów, tabel, diagramów, które porządkują informacje i ułatwiają dobór odpowiedniej strategii rozwiązania problemu
- ćwiczenie umiejętności odczytywania informacji przedstawionych w formie rysunków oraz dostrzeganie na ich podstawie różnych zależności
- ćwiczenie umiejętności budowania figur geometrycznych zgodnie ze wskazówkami zawartymi w treści zadania, np. wycinanie figur z papieru, budowanie z klocków brył o różnych kształtach, obserwacja brył z różnych perspektyw itp.
- ćwiczenie umiejętności szacowania wartości różnych wyrażeń arytmetycznych, a w szczególności takich, które zawierają potęgi i pierwiastki (np. przybliżanie ich wartości liczbami całkowitymi)
- ćwiczenie umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych oraz zwracanie uwagi na konieczność dokonywania szczegółowej analizy zadania
- zwracanie uwagi uczniów na potrzebę dokonywania refleksji na temat otrzymanego wyniku w odniesieniu do rzeczywistości, np. ujemna cena, pół kwiatka itp.
- wyrabianie nawyku sprawdzania otrzymanego wyniku z warunkami zadania
- kształcenie umiejętności dostrzegania podobieństw i różnic między obiektami matematycznymi, wyciągania wniosków na ich podstawie oraz tworzenia argumentów potwierdzających uzasadnianą tezę
- zachęcanie uczniów do słownego opisywania kolejnych etapów rozwiązania zadania
- kształcenie umiejętności zapisu rozwiązań zadań za pomocą symboli i pojęć matematycznych
- stwarzanie okazji poprzez organizowanie pracy uczniów w parach, grupach do rozwiązywania problemów matematycznych różnymi sposobami
- wykorzystanie sytuacji z życia codziennego do doskonalenia umiejętności rachunkowych niezbędnych do poprawnego rozwiązywania zadań matematycznych
- wyszukiwanie i rozwiązywanie na lekcjach takich problemów praktycznych, do których można dobrać znany uczniom model matematyczny
- podczas wprowadzania nowych zagadnień nawiązywanie do treści i zagadnień matematycznych opanowanych wcześniej przez uczniów
- rozwiązywanie zadań łączących wiedzę z różnych działów matematyki w celu jednoczesnego utrwalenia poznanych już wcześniej zagadnień oraz kształcenia nowych umiejętności

Podstawowe informacje o arkuszach dostosowanych

Opis arkusza dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera

Arkusz dla uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera z zakresu matematyki (OMAP-200-1904) został przygotowany na podstawie arkusza standardowego OMAP-100-1904, zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: wyróżniono informację o numerze każdego zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach, dodano opis rysunku, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. W zadaniach zamkniętych umieszczono informacje o sposobie zaznaczenia właściwych odpowiedzi oraz dodano miejsca na rozwiązanie zadań – brudnopis. W zadaniach otwartych uszczegółowiono polecenia i wskazano miejsca na zapisanie odpowiedzi.

Wyniki uczniów z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera



WYKRES 5. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

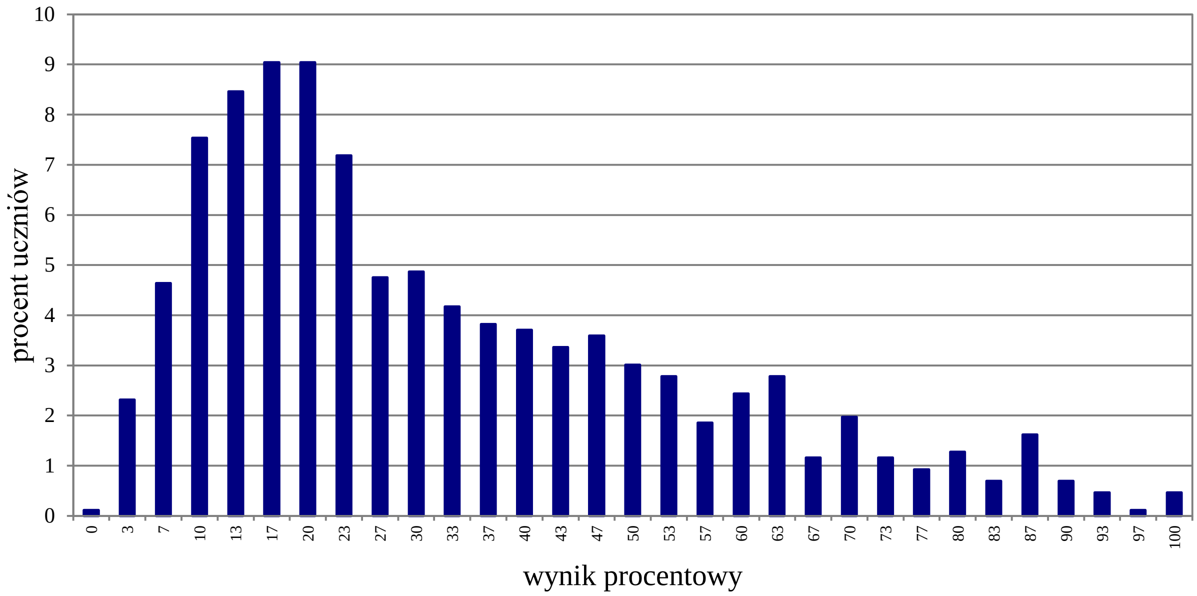
TABELA 12. WYNIKI UCZNIÓW Z AUTYZMEM, W TYM Z ZESPOŁEM ASPERGERA – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
2015	0	100	30	17	39	27

Opis arkusza dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych

Arkusze dla uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych z zakresu matematyki (OMAP-400-1904, OMAP-500-1904, OMAP-600-1904) zostały przygotowane na podstawie arkusza OMAP-100-1904, zgodnie z zaleceniami specjalistów pracujących z uczniami z dysfunkcją wzroku. Uczniowie słabowidzący otrzymali arkusze, w których dostosowano wielkość czcionki (odpowiednio Arial 16 pkt i Arial 24 pkt), zmodyfikowano słownictwo i polecenia w zadaniach, uproszczono i powiększono formy graficzne, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Dla uczniów niewidomych przygotowano arkusz w brajlu.

Wyniki uczniów słabowidzących i uczniów niewidomych



WYKRES 6. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

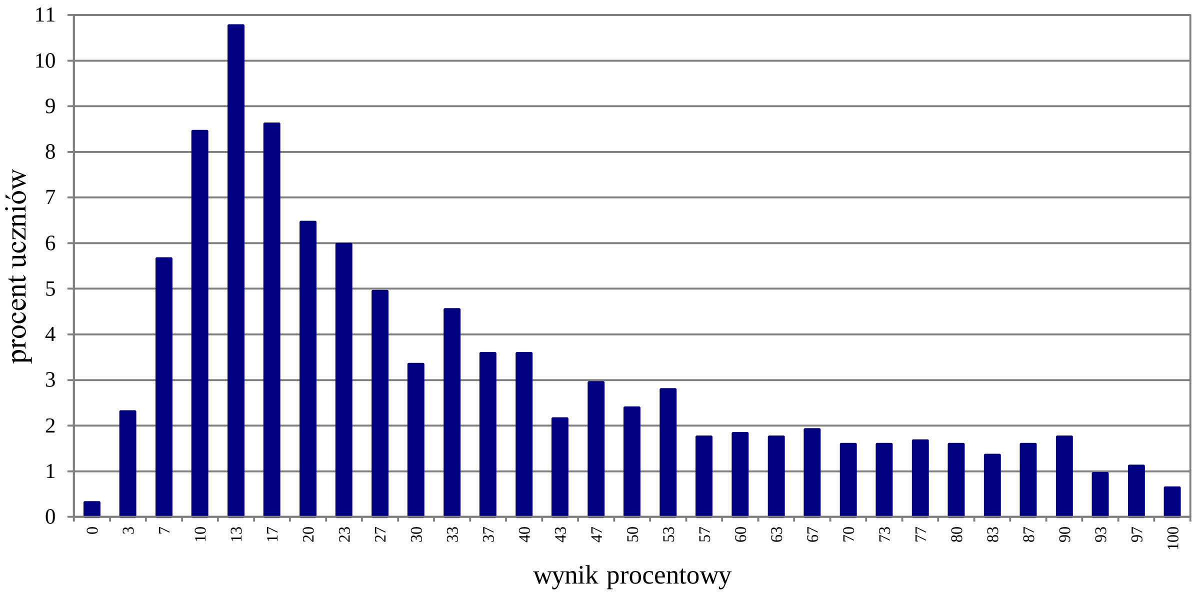
TABELA 13. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOWIDZĄCYCH I UCZNIÓW NIEWIDOMYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
863	0	100	27	17	33	22

Opis arkusza dla uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących

Uczniowie słabosłyszący i uczniowie niesłyszący rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-700-1904, który został przygotowany na podstawie arkusza OMAP-100-1904 i dostosowany do ich dysfunkcji przez specjalistów. Trzony zadań i polecenia uproszczono, ograniczając je do niezbędnych informacji oraz dostosowano słownictwo. W miarę możliwości przeredagowano treści zadań, wykorzystując znany uczniowi kontekst praktyczny. Wyróżniono istotne do rozwiązania zadań dane, dodano rysunki lub uszczegółowiono ich opis. Arkusz egzaminacyjny składał się z 21 zadań: 15 zamkniętych i 6 otwartych, a za poprawne ich rozwiązanie uczeń mógł otrzymać łącznie 30 punktów.

Wyniki uczniów słabosłyszących i uczniów niesłyszących



WYKRES 7. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

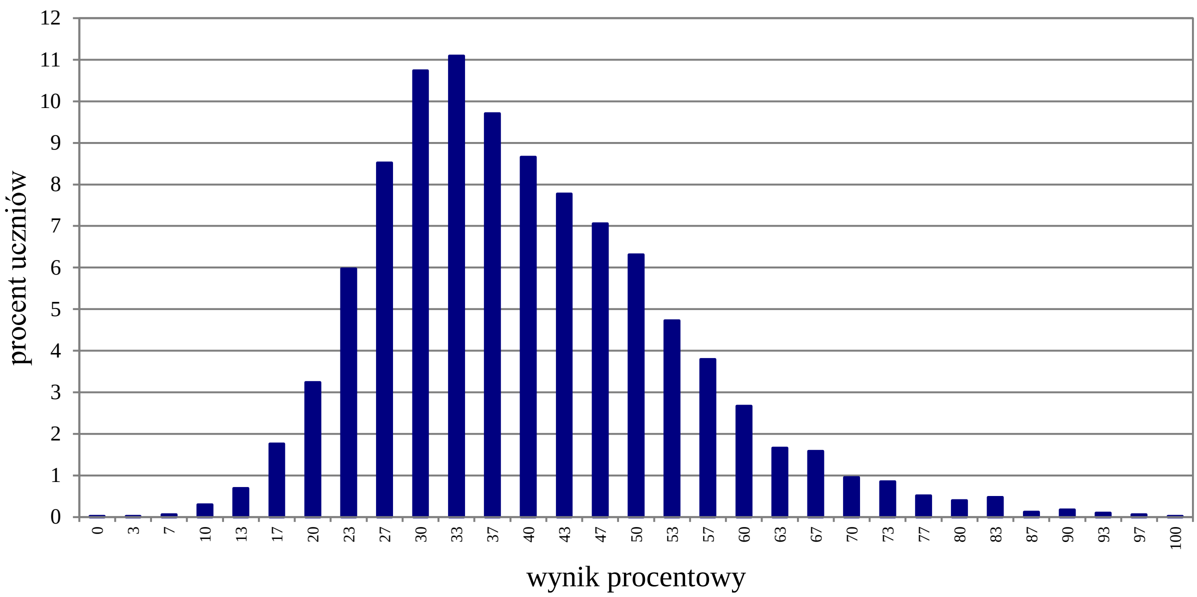
TABELA 14. WYNIKI UCZNIÓW SŁABOSŁYSZĄCYCH I UCZNIÓW NIESŁYSZĄCYCH – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
1254	0	100	27	13	34	25

Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim

Uczniowie z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu lekkim rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-800-1904. Arkusz egzaminacyjny zawierał 18 zadań: 10 zamkniętych i 8 otwartych, które wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania i zapisania odpowiedzi. Wśród zadań zamkniętych były zadania wyboru wielokrotnego i zadania typu prawda-fałsz. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (15 punktów za zadania zamknięte i 15 punktów za zadania otwarte). Treści zadań przedstawiono lub dodatkowo zilustrowano za pomocą różnych form graficznych – diagram, tabela, rysunki – które ułatwiały udzielenie poprawnych odpowiedzi. Wiele z nich nawiązywało do sytuacji życiowych bliskich uczniowi.

Wyniki uczniów z niepełnosprawnością w stopniu lekkim



WYKRES 8. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 15. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ INTELEKTUALNĄ W STOPNIU LEKKIM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
5058	0	100	37	33	40	14

Opis arkusza dla uczniów, którzy przystąpili do egzaminu w języku litewskim

Uczniowie, którzy przystąpili do egzaminu z zakresu matematyki w języku mniejszości narodowej, rozwiązywali zadania z arkusza standardowego przetłumaczone na język litewski.

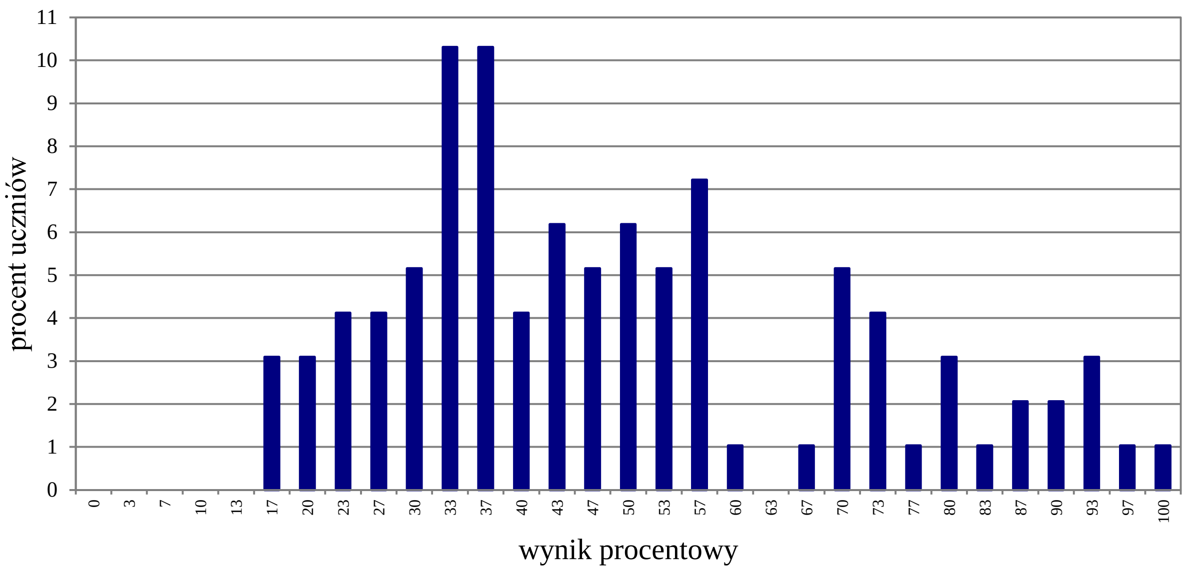
TABELA 16. WYNIKI UCZNIÓW, KTÓRZY PRZYSTĄPILI DO EGZAMINU W JĘZYKU LITEWSKIM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
20	23	93	53	53	55	18

Opis arkusza dla uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym

Uczniowie z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-Q00-1904. Arkusz egzaminacyjny zawierał 18 zadań: 12 zamkniętych i 6 otwartych, które wymagały od uczniów samodzielnego sformułowania rozwiązania oraz zapisania odpowiedzi. Wśród zadań zamkniętych było 9 zadań wyboru wielokrotnego i 3 typu prawda-fałsz. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (po 15 punktów za zadania zamknięte i otwarte). Arkusz został dostosowany zgodnie z zaleceniami specjalistów. Uczniowie otrzymali arkusze dostosowane pod względem graficznym: zróżnicowano wielkość czcionki Arial 14 pkt, Arial 16 pkt oraz Arial 24 pkt, każde zadanie umieszczono na osobnej stronie, wyróżniono informację o numerze zadania i liczbie punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie, zwiększono odstępy między wierszami w tekstach, dodano i powiększono rysunki, zastosowano – jednolity w całym arkuszu – pionowy układ odpowiedzi. Przy każdym zadaniu zamkniętym umieszczono informację o sposobie zaznaczenia właściwej odpowiedzi. Treści wielu zadań odnosiły się do sytuacji życiowych bliskich uczniowi. W zadaniach wykorzystano diagram, tabelę, rysunki, które ułatwiały udzielenie poprawnych odpowiedzi.

Wyniki uczniów z niepełnosprawnością ruchową spowodowaną mózgowym porażeniem dziecięcym



WYKRES 9. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

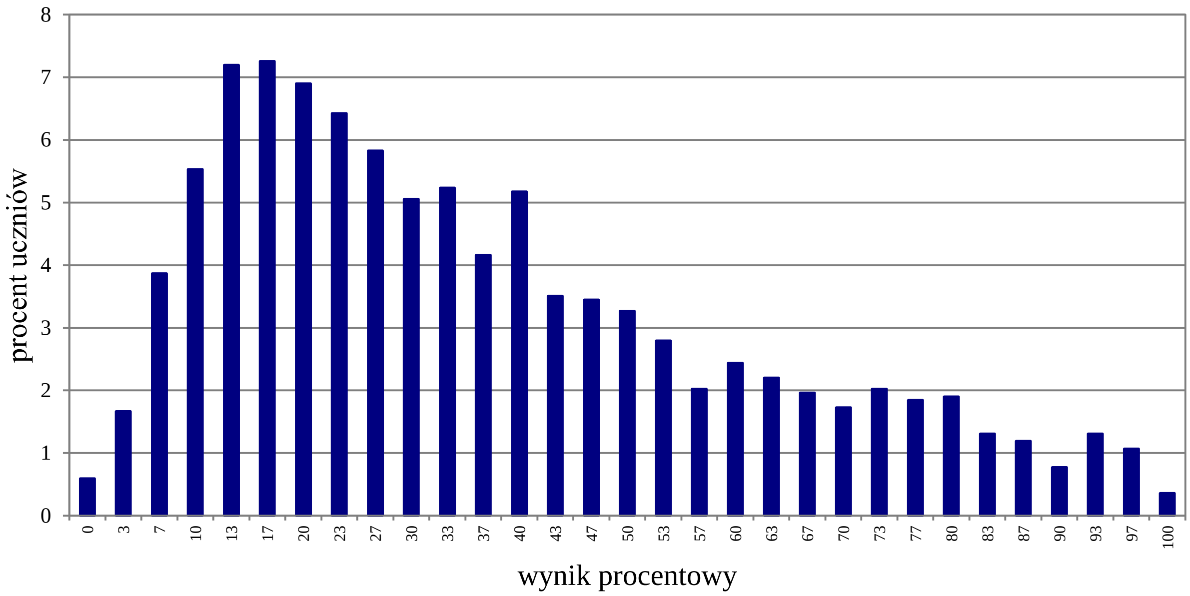
TABELA 17. WYNIKI UCZNIÓW Z NIEPEŁNOSPRAWNOŚCIĄ RUCHOWĄ SPOWODOWANĄ MÓZGOWYM PORAŻENIEM DZIECIĘCYM – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
97	17	100	43	33	49	21

Opis arkusza dla uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)

Uczniowie, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy), rozwiązywali zadania zawarte w arkuszu OMAP-C00-1904. Arkusz ten składał się z 21 zadań: 15 zamkniętych oraz 6 otwartych. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań uczeń mógł otrzymać maksymalnie 30 punktów (po 15 punktów za zadania zamknięte i otwarte). Arkusz był dostosowany do potrzeb zdających, którym ograniczona znajomość języka polskiego utrudnia zrozumienie czytanego tekstu. Trzony zadań i polecenia zapisano prostym językiem, ograniczając je do niezbędnych informacji. Treści zadań nawiązywały do sytuacji praktycznych, a dodatkowo większość z nich zilustrowano różnymi formami graficznymi.

Wyniki uczniów, o których mowa w art. 94a ust. 1 ustawy (cudzoziemcy)



WYKRES 10. ROZKŁAD WYNIKÓW UCZNIÓW

TABELA 18. WYNIKI UCZNIÓW, O KTÓRYCH MOWA W ART.94A UST.1 USTAWY (CUDZOZIEMCY) – PARAMETRY STATYSTYCZNE

Liczba uczniów	Minimum (%)	Maksimum (%)	Mediana (%)	Modalna (%)	Średnia (%)	Odchylenie standardowe (%)
1682	0	100	30	17	37	24

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536-65-00, fax 22 536-65-04
www.cke.gov.pl sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320-55-90, fax 58 320-55-91
www.oke.gda.pl komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 616-33-99, fax 32 616-33-99 w.108
www.oke.jaworzno.pl oke@oke.jaw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683-21-01, fax 12 683-21-02
www.oke.krakow.pl oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży
Al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel./fax 86 216-44-95
www.oke.lomza.pl sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 634-91-33, fax 42 634-91-54
www.komisja.pl komisja@komisja.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854-01-60, fax 61 852-14-41
www.oke.poznan.pl sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie
Plac Europejski 3, 00-844 Warszawa
tel. 22 457-03-35, fax 22 457-03-45
www.oke.waw.pl info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785-18-94, fax 71 785-18-73
www.oke.wroc.pl sekretariat@oke.wroc.pl