Egzamin maturalny

od roku szkolnego 2014/2015

Matematyka. Poziom rozszerzony

Przykładowy zestaw zadań

W czasie trwania egzaminu zdający może korzystać z zestawu wzorów matematycznych, linijki i cyrkla oraz kalkulatora.

Czas pracy: 180 minut

(Czas pracy będzie wydłużony zgodnie z opublikowanym w 2014 r.

Komunikatem Dyrektora CKE.)

Grudzień 2013

Zadania zamknięte

W zadaniach 1-5 wybierz jedyną poprawną odpowiedź i zapisz ją, pamiętając   
o podaniu numeru zadania.

Zadanie 1. (0-1)

Dane są dwie urny z kulami, w każdej jest 5 kul. W pierwszej urnie jest jedna kula biała   
i 4 kule czarne. W drugiej urnie są 3 kule białe i 2 kule czarne. Rzucamy jeden raz symetryczną sześcienną kostką do gry. Jeśli wypadnie jedno lub dwa oczka, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, natomiast jeśli wypadną co najmniej trzy oczka, to losujemy jedną kulę z drugiej urny. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

A. 

B. 

C. 

D. 

Zadanie 2. (0-1)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny  określony wzorem

 dla .

Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

A. 

B. 

C. 

D. 

Zadanie 3. (0-1)

Liczba  jest równa

A. 

B. 

C. 

D. 

Zadanie 4. (0-1)

Okrąg  ma równanie , a okrąg  ma równanie . Określ wzajemne położenie tych okręgów.

A. Te okręgi przecinają się w dwóch punktach.

B. Te okręgi są styczne.

C. Te okręgi nie mają punktów wspólnych oraz okrąg  leży w całości wewnątrz okręgu .

D. Te okręgi nie mają punktów wspólnych oraz okrąg  leży w całości wewnątrz okręgu .

Zadanie 5. (0-1)

Dla każdego  suma  jest równa

A. .

B. .

C. .

D. .

Zadania otwarte

W zadaniach 6-9 zakoduj wynik i zapisz po numerze odpowiedzi zgodnie z poleceniem.

Zadanie 6. (0-2)

Liczba *n* jest najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą równanie . Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności liczby .

Zadanie 7. (0-2)

Oblicz granicę ciągu . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego obliczonej granicy.

Zadanie 8. (0-2)

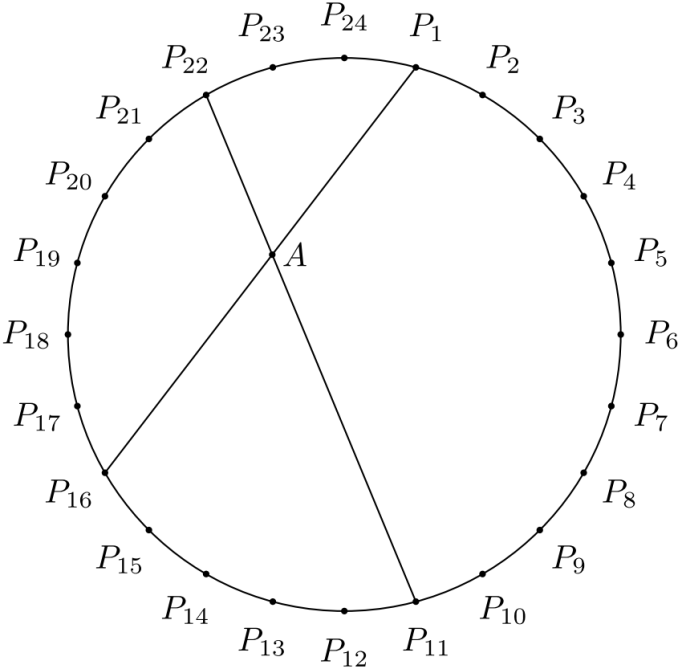
Dana jest funkcja *f* określona wzorem  dla każdej liczby rzeczywistej *x*. Oblicz wartość pochodnej tej funkcji w punkcie . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 9. (0-2)

Oblicz .

Zadanie 10. (0-3)

Punkty  dzielą okrąg na 24 równe łuki (zobacz rysunek). Punkt *A* jest punktem przecięcia cięciw  i .



Udowodnij, że .

Zadanie 11. (0-3)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej *x* i każdej liczby rzeczywistej *m* prawdziwa jest nierówność

.

Zadanie 12. (0-3)

Janek przeprowadza doświadczenie losowe, w którym jako wynik może otrzymać jedną   
z liczb: . Prawdopodobieństwo  otrzymania liczby  jest dane wzorem

.

Rozważamy dwa zdarzenia:

- zdarzenie  polegające na otrzymaniu liczby ze zbioru ,

- zdarzenie  polegające na otrzymaniu liczby ze zbioru .

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe.

Zadanie 13. (0-3)

Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których prosta o równaniu  ma dokładnie dwa punkty wspólne z okręgiem o środku w punkcie  i promieniu .

Zadanie 14. (0-3)

Dana jest parabola o równaniu  i leżący na niej punkt  o współrzędnej *x* równej 3. Wyznacz równanie stycznej do tej paraboli w punkcie .

Zadanie 15. (0-6)

Punkty *M* i *L* leżą odpowiednio na bokach *AB* i *AC* trójkąta *ABC*, przy czym zachodzą równości  oraz . Punkt *S* jest punktem przecięcia odcinków *BL*   
i *CM*. Punkt *K* jest punktem przecięcia półprostej *AS* z odcinkiem *BC* (zobacz rysunek).

*A*

*B*

*C*

*M*

*L*

*K*

*S*

Pole trójkąta *ABC* jest równe 660. Oblicz pola trójkątów: *AMS*, *ALS*, *BMS* i *CLS*.

Zadanie 16. (0-3)

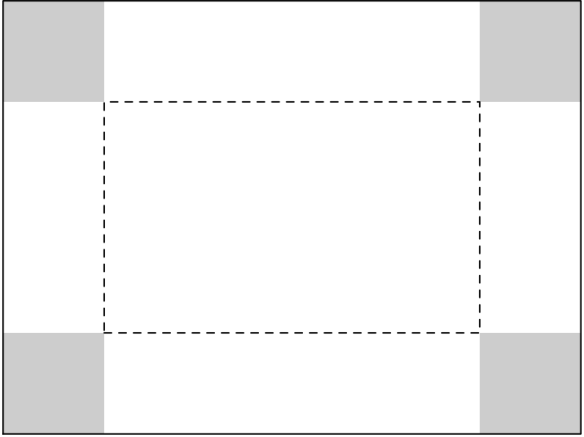
W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź podstawy ma długość *a*. Kąt między krawędzią boczną, a krawędzią podstawy ma miarę . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 17. (0-6)

Oblicz, ile jest stucyfrowych liczb naturalnych o sumie cyfr równej 4.

Zadanie 18. (0-7)

Dany jest prostokątny arkusz kartonu o długości 80 cm i szerokości 50 cm. W czterech rogach tego arkusza wycięto kwadratowe naroża (zobacz rysunek).



Następnie zagięto karton wzdłuż linii przerywanych, tworząc w ten sposób prostopadłościenne pudełko (bez przykrywki). Oblicz długość boku każdego z wyciętych kwadratowych naroży, dla której objętość otrzymanego pudełka jest największa. Oblicz tę maksymalną objętość.