**Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży**
18-400 Łomża, ul. Nowa 2, tel. fax (86) 216-44-95
(86) 473-71-20, (86) 473-71-21, (86) 473-71-22
www.oke.lomza.pl e-mail: sekretariat@oke.lomza.pl

# ANEKS

## do sprawozdania z egzaminu gimnazjalnego przeprowadzonego w kwietniu 2013 roku w województwie podlaskim i warmińsko-mazurskim

## CZĘŚĆ II

**REDAKTOR PROWADZĄCY**

GRAŻYNA KLIMUSZKO

**AUTORZY ANEKSU CZĘŚCI II**

EWA ANDROSIUK-KOTARSKA

REGINA BAJERSKA

MONIKA BRAJCZEWSKA

BARBARA HARTFELDER

JUSTYNA KLIMASZEWSKA

ALEKSANDRA KODZIS

MARIOLA MATEJKOWSKA

IWONA ŁUBA

BOŻENA NIEBRZYDOWSKA

DOROTA ZALEWSKA

ANETA ZIĘBA

**OPRACOWANIE STATYSTYCZNE**

KRZYSZTOF NAJDA

**DANE STATYSTYCZNE**

MARCIN MUZYK

**OPRACOWANIE TECHNICZNE**

GRAŻYNA KLIMUSZKO

# 2. EGZAMIN GIMNAZJALNY W CZĘŚCI MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZEJ Z ZAKRESU MATEMATYKI

## 2.1. DLACZEGO ZADANIA Z GEOMETRII PRZESTRZENNEJ SPRAWIAJĄ UCZNIOM PROBLEM?

Iwona Łuba
Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży

Geometria jest jednym z działów matematyki, którego przedmiotem jest badanie figur geometrycznych i zależności między nimi. Uczeń kształtuje wyobraźnię przestrzenną, gdy ma okazję do obserwacji, myślenia i wyciągania wniosków. Wyobraźnia ma duże znaczenie w procesie uczenia się.

Wyobraźnia poszczególnych układów form geometrycznych pomaga zrozumieć wiele zależności w przestrzeni. Człowiek posiada zdolność do wyobrażania sobie nie tylko tego, co aktualnie spostrzega, ale może przedstawić sobie w wyobraźni każdą rzecz, o której pomyśli. Jest to możliwe dzięki spostrzeżeniom i doświadczeniom, które kształtują naszą wyobraźnię.

Dziecko obdarzone wyobraźnią łatwiej przyswaja wiedzę. Wyobraźnią dysponują wszyscy ludzie, jednakże w różnym stopniu ją wykorzystują. Jeżeli tworzywem myślowym są bryły i stosunki przestrzenne, wówczas mówimy o wyobraźni przestrzennej. Obserwacja i wyrażenie przestrzeni wymagają od dziecka dużego wysiłku intelektualnego. Uczniowie stopniowo poznają wiadomości dotyczące sposobów przedstawiania brył, przedmiotów trójwymiarowych i ich usytuowanie w przestrzeni. Jest to okazja do aktywnego zaangażowania wyobraźni. Z przestrzenią dzieci zapoznają się już od najmłodszych lat. Wtedy, gdy najpierw poznają kształty przedmiotów, a następnie uczą się nimi manipulować.

Jedno z tegorocznych zadań otwartych w arkuszu gimnazjalnym z zakresu matematyki sprawdzało umiejętność z czwartego obszaru wymagań ogólnych podstawy programowej – użycie i tworzenie strategii. Jest to bardzo ważna umiejętność, trudność leży w konieczności tworzenia strategii rozwiązania problemu – niealgorytmicznego podejścia do zadania. Celem zadania było sprawdzenie umiejętności obliczenia długości krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego. Rozwiązując zadanie, należało wykorzystać wzory na pola trójkątów i czworokątów, zastosować twierdzenie Pitagorasa oraz wykazać się wiedzą dotyczącą obliczania pola powierzchni całkowitej ostrosłupa.

Większość zadań, które uczniowie rozwiązywali w szkole, polegała na ćwiczeniu wyuczonych schematów i algorytmów, prowadzących do otrzymania konkretnego wyniku. Rozwiązując zadanie 23, uczeń nie mógł wykorzystać wprost wzoru, którego nauczył się podczas lekcji matematyki, ale mógł zastosować zwykle stosowany na lekcjach schemat postępowania.

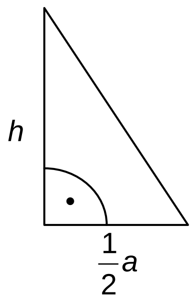
Strategia rozwiązania tego zadania sprowadzała się do realizacji następujących etapów: obliczenia pola podstawy ostrosłupa, obliczenia krawędzi podstawy ostrosłupa, obliczenia pola powierzchni jednej ściany bocznej ostrosłupa, obliczenia wysokości ściany bocznej ostrosłupa i obliczenia krawędzi bocznej ostrosłupa.

Przyjrzyjmy się szczegółowej analizie zarówno samego zadania i schematu punktowania jego rozwiązań, jak i uzyskanych wyników.

**Zadanie 23**

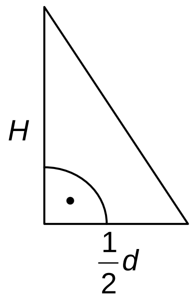
Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 80 $cm^2$, a pole jego powierzchni całkowitej wynosi 144 $cm^2$. Oblicz długość krawędzi podstawy i długość krawędzi bocznej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

W schemacie punktowania przewidziano dwa sposoby rozwiązania. Oba sposoby polegały na zauważeniu, że podstawą ostrosłupa jest kwadrat (którego pole wprawdzie nie wprost, ale było podane) i obliczeniu krawędzi podstawy ostrosłupa, a następnie obliczeniu wysokości ściany bocznej. Aby obliczyć wysokość ściany bocznej, należało wykorzystać pole powierzchni bocznej, pamiętając, że składa się ono z pól czterech trójkątów równoramiennych.
Pierwszy sposób przedstawiony w schemacie punktowania obrazuje metodę obliczenia krawędzi bocznej ostrosłupa opartą na twierdzeniu Pitagorasa w trójkącie,




gdzie *h* oznacza wysokość ściany bocznej ostrosłupa, *a* krawędź podstawy ostrosłupa.

Drugi sposób przedstawiony w schemacie punktowania obrazuje metodę obliczenia krawędzi bocznej ostrosłupa opartą na twierdzeniu Pitagorasa w trójkącie,

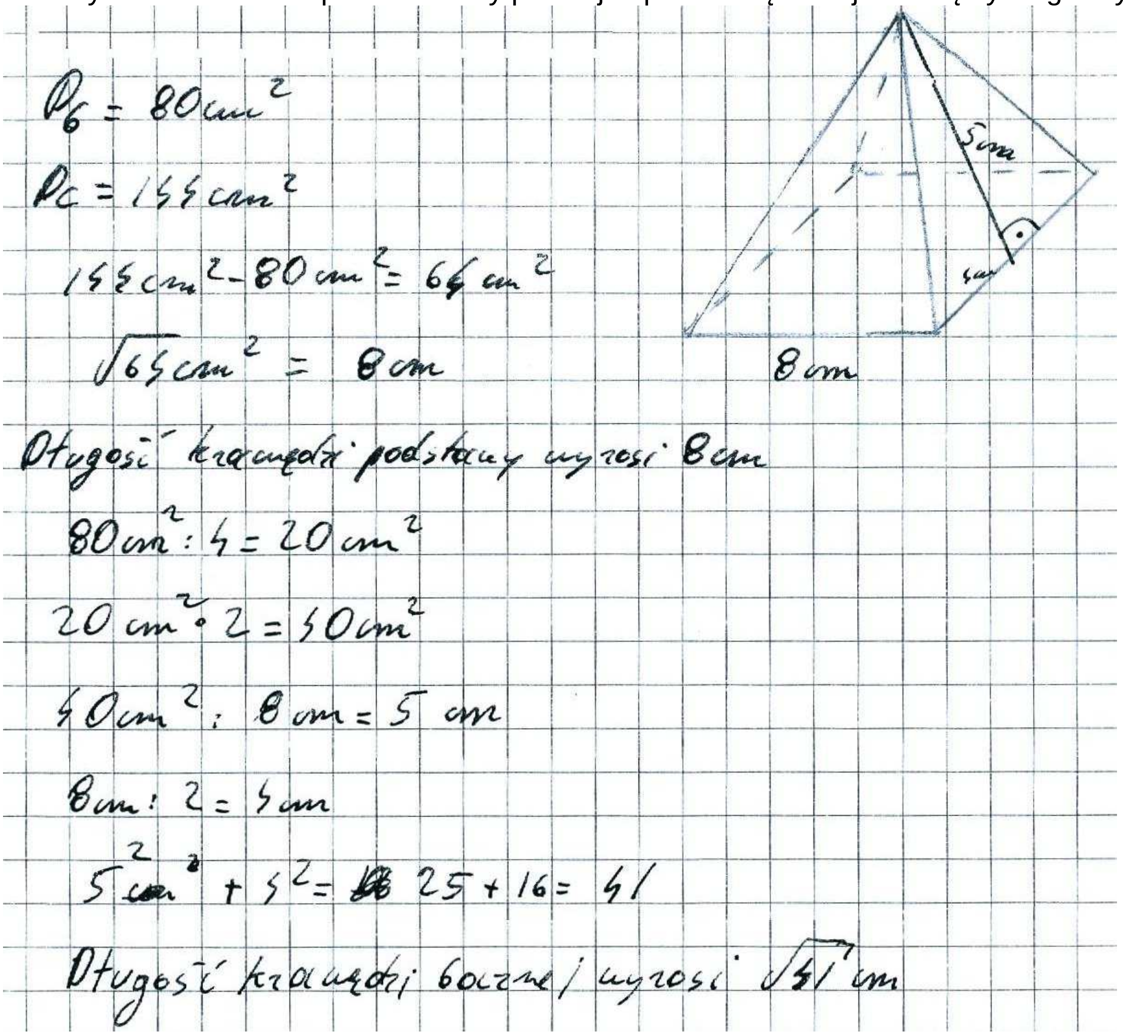



gdzie *H* oznacza wysokość ostrosłupa, *d* przekątną podstawy ostrosłupa.

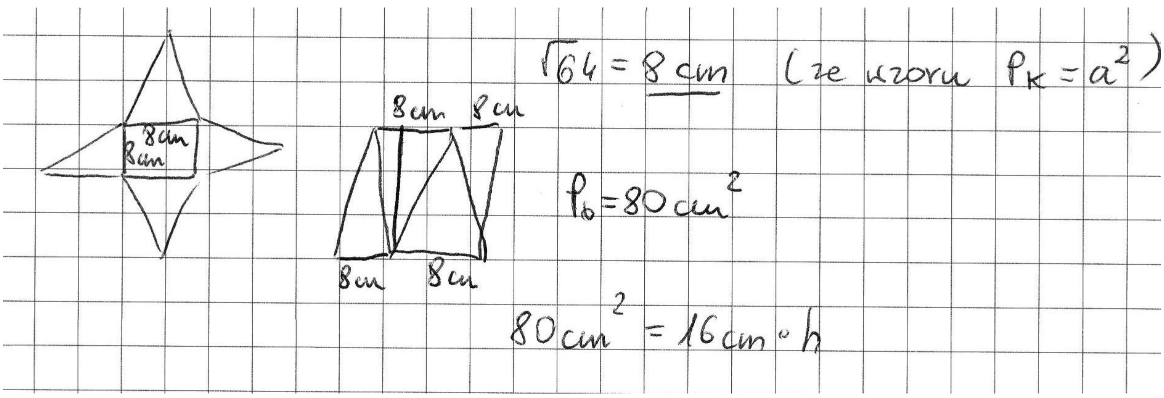
Gimnazjaliści otrzymywali 1 punkt, gdy obliczyli długość krawędzi podstawy ostrosłupa lub obliczyli pole jednej ściany bocznej ostrosłupa. Jeżeli piszący obliczyli tylko wysokość ściany bocznej ostrosłupa, wówczas otrzymywali 2 punkty. Uczniowie pokonali zasadnicze trudności i otrzymali 3 punkty wtedy, gdy zastosowali poprawny sposób obliczenia długości krawędzi bocznej (zastosowali tw. Pitagorasa). Schemat oceniania przewidywał sytuację, w której piszący obliczyli długość krawędzi bocznej ostrosłupa wynikającą z błędnego zastosowania pola powierzchni całkowitej lub pola powierzchni bocznej lub pola ściany bocznej do wyznaczenia wysokości ściany bocznej. Za takie rozwiązanie gimnazjalista otrzymywał 2 punkty. Za pełne rozwiązanie, czyli osiągnięcie poziomu najwyższego $P_6$ (obliczenie długości krawędzi podstawy i długości krawędzi bocznej ostrosłupa), uczeń otrzymywał 4 punkty.

Zadanie sprawdzające umiejętność wyznaczenia związków miarowych w ostrosłupie prawidłowym czworokątnym okazało się dla piszących trudne. Maksymalną liczbę punktów za zadanie otrzymało 18,4% piszących z województwa podlaskiego i 13,8% piszących z województwa warmińsko-mazurskiego. Natomiast 54,5% i 60,3% piszących odpowiednio z województwa podlaskiego i warmińsko-mazurskiego nie otrzymało żadnego punktu za to zadanie. Byli to uczniowie, którzy nie podjęli próby rozwiązania zadania lub nie stosowali poprawnych metod wyznaczenia związków miarowych w ostrosłupie prawidłowym czworokątnym, tj. poziom $P_0$.

Gimnazjaliści, którzy za rozwiązanie zadania otrzymali maksymalną liczbę punktów, zastosowali poprawną metodę obliczenia krawędzi ostrosłupa. Sprawnie radzili sobie ze stosowaniem wzorów na pola figur płaskich i przestrzennych. Sprawnie posługiwali się twierdzeniem Pitagorasa. Zadanie 23 było rozwiązywane przez trzecioklasistów różnorodnymi metodami. Zaprezentowany poniżej zapis rozwiązania jest zwięzły i logiczny.




Wśród rozwiązań były też takie, w których uczniowie oryginalnie obliczali długość wysokości ściany bocznej. Gimnazjaliści dostrzegli, że ze ścian bocznych ostrosłupa można zbudować równoległobok. Zdarzały się też rozwiązania, w których uczniowie brali do obliczeń dwie ściany boczne i ze wzoru na pole równoległoboku obliczali długość wysokości ściany bocznej ostrosłupa, $40 = 8 \cdot h$.




Zdarzały się odpowiedzi uczniowskie, w których trzecioklasiści rozwiązywali zadanie za pomocą równania lub układu równań. Autor pracy zapisał poprawne równanie, pamiętał o sprawdzeniu warunków zadania. Wykazał się sprawnością w rozwiązywaniu równań i stosowaniu jednostek. Na uwagę zasługuje fakt, iż uczeń widzi potrzebę sprawdzenia otrzymanego wyniku.

$P_b = 80\,cm^2$ $\quad P_c = P_b + P_p = 144\,cm^2$ $\quad P_p = a^2$

$a^2 + 80\,cm^2 = 144\,cm^2 \quad | -80\,cm^2$ $\quad P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$

$a^2 = 64\,cm^2$ $\quad h = \sqrt{b^2 - (0{,}5a)^2}$

$a = 8\,cm$

a – krawędź podstawy
b – krawędź boczna

$P_b = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{b^2 - 0{,}25a^2}$

$80\,cm^2 = 2 \cdot 8\,cm \cdot \sqrt{b^2 - 0{,}25(8\,cm)^2} \quad | : 8\,cm$

$10\,cm = 2\sqrt{b^2 - 0{,}25 \cdot 64\,cm^2} \quad | : 2$

$5\,cm = \sqrt{b^2 - 16\,cm^2} \quad |^2$

$25\,cm^2 = b^2 - 16\,cm^2 \quad | + 16\,cm^2$

$41\,cm^2 = b^2$

$b = \sqrt{41}\,cm$

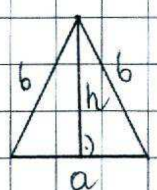
Spr.

$P_b = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8\,cm \cdot \sqrt{(\sqrt{41}\,cm)^2 - 0{,}25(8\,cm)^2} =$

$= 2 \cdot 8\,cm \cdot \sqrt{41\,cm^2 - 0{,}25 \cdot 64\,cm^2} =$

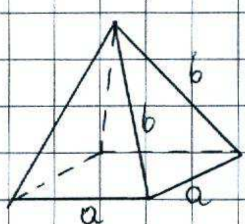
$= 16\,cm \cdot \sqrt{41\,cm^2 - 16\,cm^2} = 16\,cm \cdot \sqrt{25\,cm^2} =$

$= 16\,cm \cdot 5\,cm = 80\,cm^2$




$P_p = (8\,cm)^2 = 64\,cm^2$

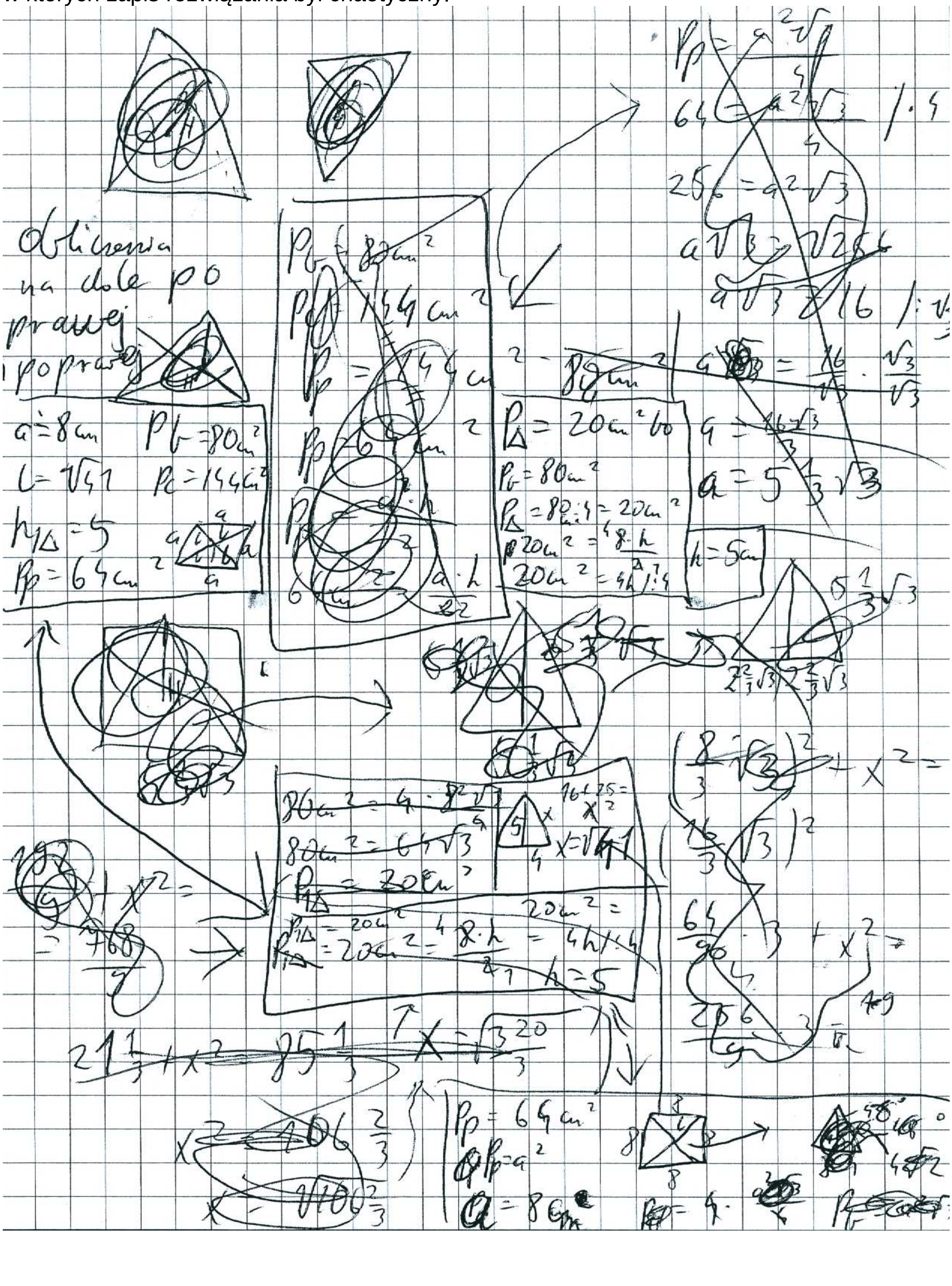
$P_c = 80\,cm^2 + 64\,cm^2 = 144\,cm^2$




Odp.: Krawędź podstawy wynosi 8cm, a krawędź boczna $\sqrt{41}\,cm$.

Wśród rozwiązań pojawiły się prace, w których uczniowie sprawnie radzili sobie z układami równań, np. $\begin{cases} 2ah = 80 \\ a^2 + 2ah = 144 \end{cases}$.

W prezentowanym poniżej rozwiązaniu uczeń oblicza długość krawędzi podstawy i długość krawędzi bocznej ostrosłupa, ma jednak trudności w wyborze poprawnej metody rozwiązania. Trudno dostrzec tok rozumowania ucznia. Często pojawiały się prace, w których zapis rozwiązania był chaotyczny.



Zasadnicze trudności zadania pokonało 2% piszących z województwa podlaskiego i 1,9% piszących z województwa warmińsko-mazurskiego, stracili punkt za błędy rachunkowe, czyli osiągnęli poziom $P_5$. Niektórzy próbowali wyłączyć czynnik przed znak pierwiastka i zapisywali, ze liczba $\sqrt{41}$ jest równa $\sqrt{36+5}$ i otrzymywali $6\sqrt{5}$. W dalszym ciągu do słabych stron gimnazjalistów należy mała sprawność rachunkowa. W poniższym rozwiązaniu trzecioklasista popełnia błąd przy sumowaniu.

$P_b = 80 cm^2$

$P_c = 144 cm^2$

$P_c = P_p + P_b$

$144 = P_p + 80 \mid -80$

$P_p = 64 (cm^2)$

$P_p = a^2$

$a^2 = 64$

$a = 8 (cm)$ – dł. krawędzi podstawy

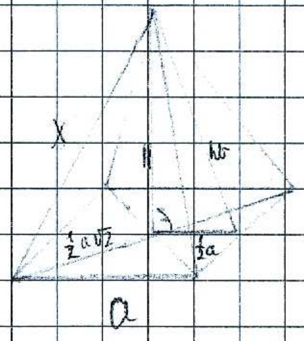
$P_b = 4 \cdot \frac{a \cdot h_b}{2}$

$80 = \cancel{4}^{2} \cdot \frac{8 \cdot h_b}{\cancel{2}_{1}}$

$80 = 2 \cdot 8 \cdot h_b$

$16 h_b = 80$

$h_b = 5 (cm)$




$\frac{1}{2}a = 8:2 = 4 (cm)$

$4^2 + H^2 = 5^2$

$16 + H^2 = 25$

$H^2 = 9$

$H = 3 (cm)$

$a\sqrt{2} = 8\sqrt{2} (cm)$

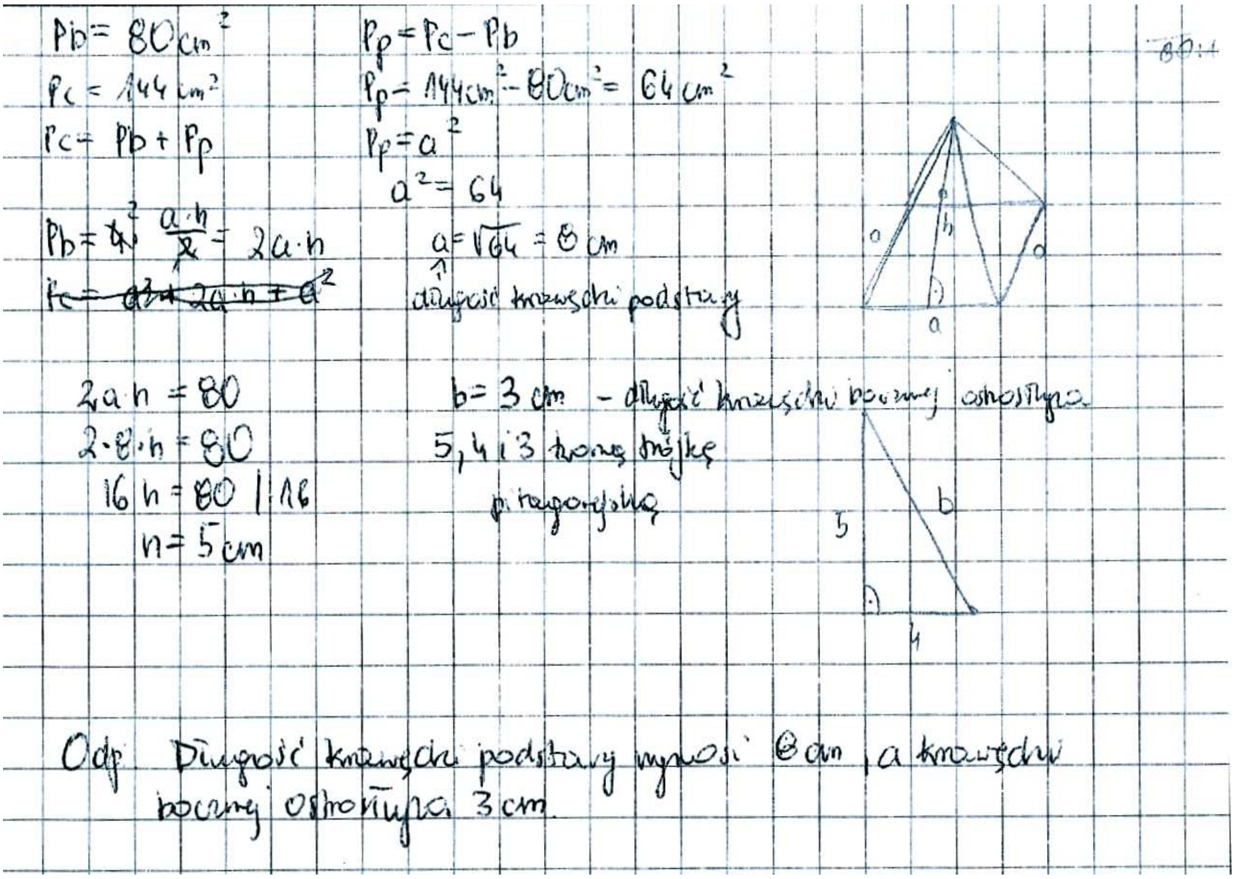
$\frac{1}{2}a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} (cm)$

$(4\sqrt{2})^2 + 3^2 = x^2$

$32 + 9 = x^2$

$x = \sqrt{39} (cm)$ – dł. krawędzi bocznej ostrosłupa

W prezentowanym poniżej rozwiązaniu uczeń błędnie zakłada, że trójkąt prostokątny, którego dwa boki (nieważne, które) mają długości 5 i 4, jest trójkątem egipskim. Trzecioklasista powinien wiedzieć, że przeciwprostokątna w trójkącie prostokątnym jest najdłuższym bokiem. Uczeń naszkicował czytelny rysunek, na podstawie, którego powinien zauważyć, że jego założenie jest błędne.



$P_b = 80\,cm^2$

$P_c = 144\,cm^2$

$P_c = P_b + P_p$

$P_b = 4 \cdot \frac{a \cdot h}{2} = 2a \cdot h$

~~$P_c = a^2 + 2a \cdot h + a^2$~~

$2a \cdot h = 80$

$2 \cdot 8 \cdot h = 80$

$16h = 80 \quad |:16$

$h = 5\,cm$

$P_p = P_c - P_b$

$P_p = 144\,cm^2 - 80\,cm^2 = 64\,cm^2$

$P_p = a^2$

$a^2 = 64$

$a = \sqrt{64} = 8\,cm$

długość krawędzi podstawy

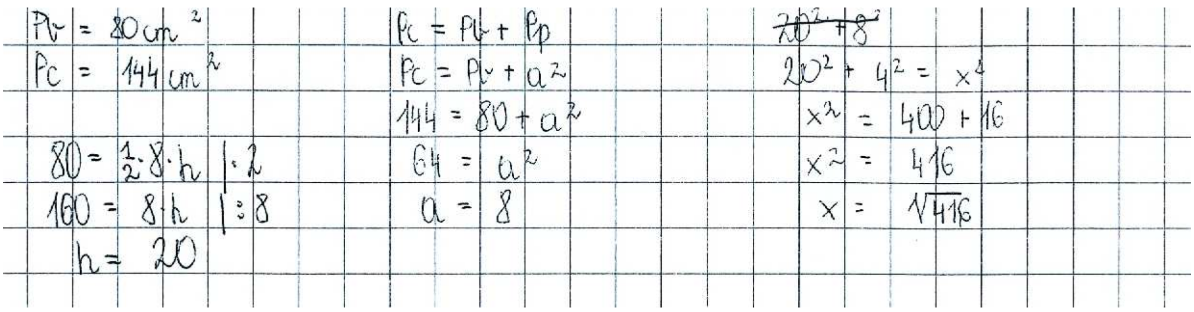
$b = 3\,cm$ – długość krawędzi bocznej ostrosłupa.

5, 4 i 3 tworzą trójkę pitagorejską



Odp. Długość krawędzi podstawy wynosi 8 cm, a krawędzi bocznej ostrosłupa 3 cm.

Często występującym błędem była niewłaściwa interpretacja pola powierzchni bocznej. Piszący przyjmowali, że pole powierzchni bocznej ostrosłupa jest równe polu jednego trójkąta równoramiennego. Uczniowie, którzy szkicowali siatkę ostrosłupa, dobrze radzili sobie z tym etapem zadnia. Często pojawiały się rozwiązania, w których uczniowie mieli problem z właściwym wzorem, np. na pole trójkąta, lub mylili pole powierzchni całkowitej ostrosłupa z polem powierzchni bocznej.



$P_b = 80\,cm^2$

$P_c = 144\,cm^2$

$80 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot h \quad |\cdot 2$

$160 = 8h \quad |:8$

$h = 20$

$P_c = P_b + P_p$

$P_c = P_b + a^2$

$144 = 80 + a^2$

$64 = a^2$

$a = 8$

~~$20^2 + 8^2$~~

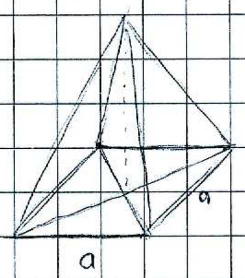
$20^2 + 4^2 = x^2$

$x^2 = 400 + 16$

$x^2 = 416$

$x = \sqrt{416}$

Autor poniższego rozwiązania zakończył rozwiązanie na obliczeniu wysokości ściany bocznej ostrosłupa, utożsamiając ją z krawędzią boczną (mimo iż zastosował prawidłowe oznaczenie literowe wysokości). Nie był to jednostkowy przypadek.




$P_c = 144\,cm^2$

$P_b = 80\,cm^2$

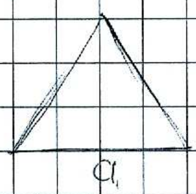
$P_p = 144\,cm^2 - 80\,cm^2 = 64\,cm^2$

$P_p = a^2$

$64\,cm^2 = a^2$

$a = \sqrt{64}$

$a = 8\,(cm)$




$P_{ściany\ bocznej} = 80\,cm^2 : 4 = 20\,cm^2$

$\frac{a \cdot h}{2} = 20\,cm^2$

$\frac{8cm \cdot h}{2} = 20\,cm \quad / \cdot 2$

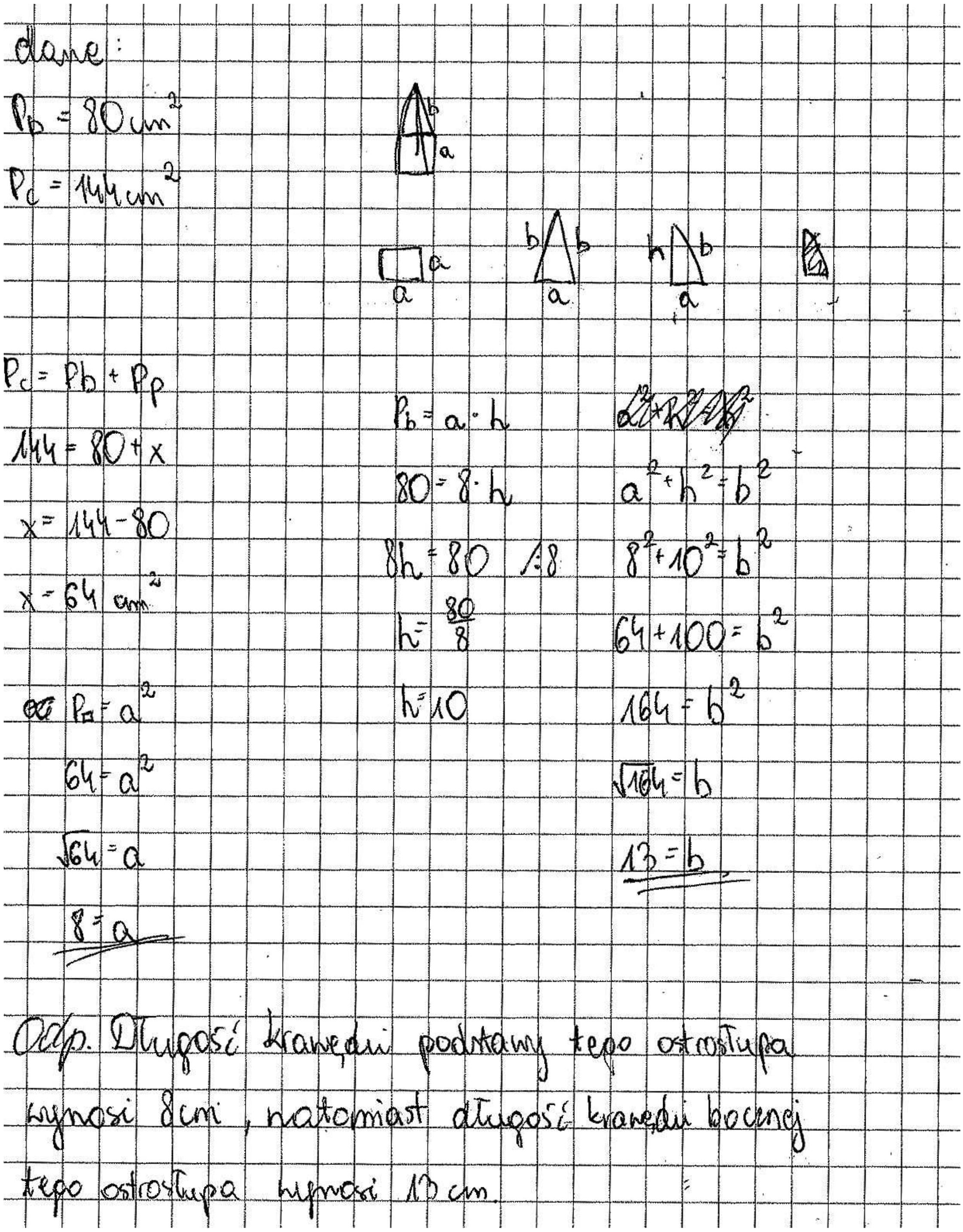
$8cm \cdot h = 40\,cm$

$h = 40cm : 8cm$

$h = 5\,cm$

Odp: Długość krawędzi podstawy wynosi 8cm, a długość krawędzi bocznej wynosi 5 cm.

Niewielki, ale konieczny postęp na drodze do całkowitego rozwiązania, czyli poziom $P_1$ osiągnęło 17,8% gimnazjalistów, otrzymując jeden punkt za rozwiązanie tego zadania. Autor poniższego rozwiązania poprawnie oblicza długość krawędzi podstawy, ale kolejne etapy rozwiązania zawierają poważne błędy merytoryczne. Uczeń błędnie interpretuje pole powierzchni bocznej jako pole jednej ściany bocznej, stosując przy tym zły wzór na pole trójkąta. Ponadto ma problem z poprawnym zapisaniem twierdzenia Pitagorasa. Nie potrafi wskazać trójkąta prostokątnego.



dane:

$P_b = 80\,cm^2$

$P_c = 144\,cm^2$

$P_c = P_b + P_p$

$144 = 80 + x$

$x = 144 - 80$

$x = 64\,cm^2$

$P_{\square} = a^2$

$64 = a^2$

$\sqrt{64} = a$

$8 = a$

$P_b = a \cdot h$

$80 = 8 \cdot h$

$8h = 80 \quad /:8$

$h = \frac{80}{8}$

$h = 10$

$a^2 + h^2 = b^2$

$8^2 + 10^2 = b^2$

$64 + 100 = b^2$

$164 = b^2$

$\sqrt{164} = b$

$13 = b$

Odp. Długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa wynosi 8 cm, natomiast długość krawędzi bocznej tego ostrosłupa wynosi 13 cm.

Wśród rozwiązań były też takie, w których uczniowie zakładali, że ściana boczna ostrosłupa jest trójkątem równobocznym i obliczali długości krawędzi, stosując wzór na pole trójkąta równobocznego (np. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=20$). Zdarzało się że uczniowie mylili wzory na pole powierzchni całkowitej ostrosłupa z polem podstawy. Często występującym błędem było mylenie wzorów na pole i obwód kwadratu i obliczanie długość krawędzi podstawy: 64 : 4 = 16. Wśród rozwiązań pojawiały się prace, w których uczniowie mylili ostrosłup ze stożkiem czy też z graniastosłupem.

Niemal w każdym rozwiązaniu znalazł się rysunek. Rysunek lub model ułatwia uczniom odczytanie relacji, którą ma wyabstrahować. Geometria zawiera szczególnie przydatny materiał do wyzwalania matematycznych intuicji oraz kształcenia kreatywności. Do rozwiązania zadania czasem wystarczy rysunek, uczeń powinien rysować podczas rozwiązywania zadań tekstowych – „rysowanie zadania" jest jedną z najważniejszych strategii służących ich rozwiązaniu na każdym szczeblu edukacji.
Podsumowując, należy stwierdzić, że zadanie okazało się dla uczniów bardzo trudne. Przy rozwiązywaniu zadania uczniowie mieli problem z tworzeniem i realizowaniem planu rozwiązania ukazanego w treści zadania i kolejno z przeprowadzeniem właściwych obliczeń.

## 2.2. JAK UCZYĆ ROZWIĄZYWANIA ZADAŃ Z GEOMETRII PRZESTRZENNEJ

Aneta Zięba
Zespół Szkół w Zalewie

Justyna Klimaszewska
Samorządowe Gimnazjum w Ząbrowie

Zadania z geometrii, a w szczególności z geometrii przestrzennej, stanowią dla uczniów dużą trudność. Zauważamy, że na przestrzeni lat jest to, niestety, proces postępujący. W czasie, gdy pełniłyśmy funkcję egzaminatorek egzaminu gimnazjalnego, zauważyłyśmy, że w części prac zadania ze stereometrii pozostawały, w przeciwieństwie do innych, nierozwiązane.

Przyczyn tej sytuacji jest prawdopodobnie wiele. Dla nas, nauczycieli matematyki, ważne jest, jak pomóc uczniom, aby przezwyciężali te trudności. Zachęcamy więc ich do podejmowania wysiłku i prób rozwiązywania zadań z geometrii przestrzennej, nawet jeśli nie potrafią przedstawić ich w pełni poprawnie. Niech słaby uczeń zrobi rysunek, naniesie dane, a wtedy, dokonując analizy zadania, może okazać się, że potrafi je częściowo rozwiązać.

W nauczaniu nie można pominąć nawet prostych dla uczniów treści, ponieważ może to skutkować brakiem umiejętności podczas rozwiązywania zadań. Jeśli nauczyciel zaniedba rysowania brył na płaszczyźnie, to niektórzy uczniowie mogą mieć problemy, np. z odczytywaniem danych zamieszczonych na rysunkach. Jeśli szkoda mu będzie czasu na wykonywanie siatek i klejenie brył, to słabsi uczniowie nie poradzą sobie ze zrozumieniem zadań na pole powierzchni, bo nie będą potrafili, np. stwierdzić, jakimi figurami są ściany wielościanu. Ważne jest, aby to uczniowie samodzielnie wykonali siatki podstawowych wielościanów i dlatego dobrze jest poświęcić 1-2 godziny na projektowanie i klejenie figur przestrzennych. Korzystamy również z gotowych siatek magnetycznych, które można wielokrotnie składać i rozkładać, mocować do tablicy, dzięki temu można przedstawić również inne siatki tej samej bryły.

W prawie każdym gabinecie matematycznym znajdują się wykonane z drutu szkielety podstawowych brył na których uczniowie zaznaczają sznurkiem lub kolorową gumką np. przekątne, wysokości. Pozwala im to wyobrażać sobie, gdzie w istocie znajdują się potrzebne wielkości i potem je obliczać. Pokazujemy również, stwarzając odpowiednie warunki, cień takiego modelu. Uczniowie zauważają, że krawędzie równoległe w rzeczywistości, są równoległe również na cieniu. Łatwiej później wykonują rysunki wielościanów. Wykorzystywanie szkieletów brył, na każdym etapie nauki wyraźnie pomaga w rozwiązywaniu zadań.

Gdy omawiamy objętości, pokazujemy również w praktyce zależność między objętością graniastosłupa i ostrosłupa prostego o przystających podstawach i równych wysokościach. Warto zademonstrować, ile takich ostrosłupów „zmieści się" w graniastosłupie. Wykorzystujemy do tego sklejone modele brył, w których brakuje podstawy. Podobnie pokazujemy zależność objętości walca i stożka o jednakowych promieniach i wysokościach. Można w tym celu użyć np. ryżu, wody, piasku, w zależności jakimi modelami brył dysponujemy. Dobrze, jeśli to doświadczenie wykonają uczniowie samodzielnie. Starajmy się pamiętać, że uczeń więcej przyswoi wiadomości, jeśli sam „dotknie i wykona”.

Zadania ze stereometrii są trudne jeszcze z innego powodu. Uczeń, aby je rozwiązać, powinien dysponować wiedzą z zakresu geometrii płaskiej. Mając to na względzie, powinniśmy powtórzyć wzory na pola wielokątów, koła i twierdzenie Pitagorasa oraz wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego.

Ucząc rozwiązywania zadań z geometrii przestrzennej, nie narzucamy uczniom formalnych zapisów rozwiązań. Bywa, że gimnazjaliści rozumieją zadanie, ale jego rozwiązanie przedstawiają w uproszczonym zapisie, np. nie używając wzorów. Z drugiej strony zauważamy i doceniamy też ciekawe i nietypowe rozwiązania, które przedstawiają uczniowie. Przy rozwiązywaniu już nieco trudniejszych zadań, pomaga „wyjmowanie " figur płaskich z brył i rysowanie ich bez zniekształcenia. Przydaje się to szczególnie przy zastosowaniu twierdzenia Pitagorasa.

Oprócz zwykłych pomocy dydaktycznych warto zainteresować się specjalnymi programami komputerowymi. Każdy nauczyciel zaopatrzony w komputer i rzutnik multimedialny (jeszcze lepiej tablicę interaktywną) znajdzie coś dla siebie. Dostępne są kursy, których ukończenie pozwala wykorzystywać dość sprawnie możliwości konkretnego programu. Nie bez znaczenia jest też fakt, że część tych programów jest bezpłatna. Sprzęt komputerowy wymaga nakładów finansowych i nie każdą szkołę stać na wyposażenie każdej klasopracowni, ale jeśli mamy tylko możliwość, warto włączyć technologię informacyjną na stałe do swojej pracy.

Większość wydawnictw programów, z których korzystają nauczyciele w gimnazjum, oferuje dodatkowe publikacje w postaci zadań, prezentacji multimedialnych, ćwiczeń itp. dostępnych dla uczniów. Korzystamy z nich w miarę możliwości. Jeśli w klasie mamy dostęp do Internetu, to sytuacja jest prostsza, bo wybór jest większy, a jeśli możemy poprowadzić zajęcia w pracowni komputerowej, gdzie każdy ma dostęp do swojego komputera, może być bardziej interesująco i pożytecznie.

Gimnazjaliści oczekują potwierdzenia, że zdobywana wiedza, będzie dla nich użyteczna w przyszłości. Ponieważ bryły rozpoznają w otaczającej rzeczywistości, warto im wskazać, w jakich okolicznościach wiadomości i umiejętności, które aktualnie zdobywają, przydadzą się im w dorosłym życiu (np. obliczanie objętości zbiorników, ilości farby do malowania mieszkania itd.).

Zdajemy sobie sprawę, że każdy uczeń jest inny. Myśli oraz uczy się w inny sposób i mimo pewnych podobieństw między uczniami w klasie trzydziestoosobowej, znajdziemy kilka różnych wzorców myślenia. Jeśli stosujemy zróżnicowane metody i środki w pracy z uczniami, mamy większe szanse dotrzeć do każdego. Wiemy doskonale, że dobrze rozwinięta wyobraźnia przestrzenna, wykorzystywana podczas rozwiązywania zadań egzaminu gimnazjalnego, będzie służyć naszym uczniom przez całe życie. Warto zatem ją doskonalić przez odpowiednio dobrane ćwiczenia. Starajmy się, aby zadania ze stereometrii nie były tymi, które gimnazjaliści od razu odrzucają, jako niemożliwe do rozwiązania. Zauważmy i doceńmy wszystkie starania i próby uczniów, które przyczynią się do osiągnięcia sukcesu.