OSIĄGNIĘCIA GIMNAZJALISTÓW

z województwa podlaskiego i warmińsko-mazurskiego - na podstawie wyników egzaminu gimnazjalnego w 2012 roku

REDAKCJA

GRAŻYNA KLIMUSZKO

AUTORZY

MARIOLA MATEJKOWSKA (język polski)

ANDRZEJ BOBROW (historia)

STANISŁAW ADAM DOLIWA (wiedza o społeczeństwie)

TERESA CHROSTOWSKA (matematyka)

DOROTA MOŚCICKA (przedmioty przyrodnicze)

MAŁGORZATA MURAWSKA (przedmioty przyrodnicze)

SŁAWOMIR WOJNAROWSKI (przedmioty przyrodnicze)

ALEKSANDRA KODZIS (język angielski, język rosyjski)

BOŻENA NIEBRZYDOWSKA (język niemiecki)

HALINA BANCAREWICZ (język rosyjski)

WSPÓŁPRACA

PAWEŁ BRODECKI

ZBIGNIEW KOSIŃSKI

AGATA SIWIK

MARIUSZ ZYSK

OPRACOWANIE TECHNICZNE

MONIKA RASZKIEWICZ

OPRACOWANIE STATYSTYCZNE

KRZYSZTOF NAJDA

DANE STATYSTYCZNE

MARCIN MUZYK

ISBN 978-83-62915-52-1

3.3. DLACZEGO ZADANIA NA DOWODZENIE SPRAWIAJĄ UCZNIOM PROBLEM?

W arkuszu gimnazjalnym z zakresu matematyki jedno z trzech zadań otwartych sprawdzało umiejętność z piątego obszaru wymagań ogólnych podstawy programowej – rozumowania i argumentacji. Jest to bardzo ważna umiejętność, niezbędna do przeprowadzania rozumowań matematycznych oraz uzasadniania ich poprawności.

Większość uczniów gimnazjów, widząc w zadaniu polecenie „uzasadnij” lub „wykaż”, nie podejmuje próby jego rozwiązania, zakładając na wstępie, że nie jest w stanie mu sprostać. Zastanówmy się, co sprawia uczniom trudność w dowodzeniu?

Być może trudność leży w konieczności niealgorytmicznego podejścia do zadania. Uczeń nie może wykorzystać bezpośrednio wzoru, którego nauczył się podczas lekcji matematyki, musi natomiast syntetycznie wykorzystać zdobyte w szkole wiadomości i umiejętności.

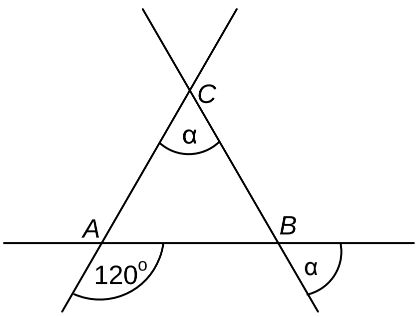
Być może przyczyna trudności tkwi w nauczaniu, w którym z zadaniami na dowodzenie uczniowie do tej pory spotykali się niezwykle rzadko. W podręcznikach do gimnazjum albo jest bardzo mało tego typu zadań, albo nie ma ich wcale. Większość zadań, które uczniowie rozwiązywali w szkole, polegała na ćwiczeniu wyuczonych schematów i algorytmów, prowadzących do otrzymania konkretnego wyniku. Miały one zwykle zbliżoną strukturę: dane, szukane, obliczenia i odpowiedź. Aby je rozwiązać, gimnazjaliści stosowali zwykle ustalony schemat postępowania, natomiast zadania na dowodzenie wymagają od ucznia samodzielnego wypracowania tego schematu.

Przyjrzyjmy się szczegółowej analizie zarówno samego zadania i schematu punktowania jego rozwiązań, jak i uzyskanych wyników.

Zadanie 22.

Trzy proste przecinające się w sposób przedstawiony na rysunku tworzą trójkąt ABC.

Uzasadnij, że trójkąt ABC jest równoboczny.



Celem zadania było sprawdzenie umiejętności uzasadnienia, że trójkąt ABC jest równoboczny – kąt α ma miarę 60^o. Rozwiązując zadanie, należało wykorzystać własności kątów wierzchołkowych i kątów przyległych, zastosować twierdzenie o sumie kątów trójkąta oraz wykazać się wiedzą dotyczącą rodzajów trójkątów, w szczególności trójkąta równobocznego.

W schemacie punktowania przewidziano dwa sposoby rozwiązania. Oba sposoby polegały na zauważeniu, że kąt trójkąta ABC przy wierzchołku B na miarę α (kąty wierzchołkowe), obliczeniu lub zaznaczeniu na rysunku miary kąta trójkąta ABC przy wierzchołku A = 60^o (kąty przyległe), a następnie obliczeniu miary kąta α = 60^o (twierdzenie o sumie kątów trójkąta).

Pierwszy sposób przedstawiony w schemacie punktowania był bardziej sformalizowany pod względem zapisu, drugi dopuszczał przedstawienie toku rozumowania poprzez wykonanie odpowiednich oznaczeń na rysunku oraz obliczenie miary kąta α. Przy tworzeniu schematu punktowania uwzględniono fakt, iż nie każdy gimnazjalista biegle posługuje się językiem matematycznym, dlatego też przy ocenie zapisanego przez niego rozwiązania tego zadania najistotniejsze było punktowanie poprawnego, pełnego rozumowania, a nie formalizacji zapisu.

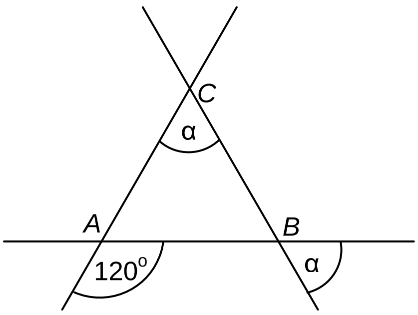
Po raz pierwszy na egzaminie gimnazjalnym zastosowano ocenianie holistyczne. Za poprawne pełne uzasadnienie, że trójkąt ABC jest równoboczny, czyli osiągnięcie poziomu najwyższego $P_{6,}$ uczeń otrzymywał 2 punkty. Gimnazjalista otrzymywał 1 punkt, gdy zasadnicze trudności zadania zostały przez niego pokonane bezbłędnie (zapisał lub zaznaczył na rysunku, że $|\sphericalangle CAB| = 60°$ i $|\sphericalangle ABC| = α$), czyli osiągnął poziom $P_{5,4}$. Uczeń otrzymywał 0 punktów za rozwiązanie niestanowiące postępu (rozwiązanie błędne) lub brak rozwiązania, tj. poziom P_0.

Zadanie sprawiło zdecydowanej większości gimnazjalistów duży problem, ponieważ ponad 78% uczniów na terenie Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Łomży uzyskało za nie 0 punktów. Prawie 21% uczniów pokonało zasadnicze trudności zadania (w tym prawie 13% uczniów rozwiązało zadanie poprawnie, a kolejne 9% gimnazjalistów osiągnęło poziom $P_{5,4}$). Uczniowie, którzy uzyskali 2 punkty, rozwiązywali zadanie metodami przedstawionymi w kluczu.

Gimnazjaliści, którzy uzyskali 0 punktów, podjęli próbę rozwiązania zadania, jednakże zamiast wykazać, że dany trójkąt jest równoboczny, tezę zadania traktowali jak założenie:

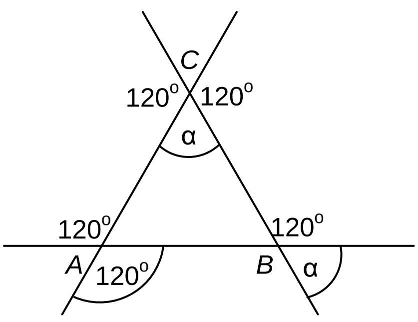
$α = 60°$, $180° – 120° = 60°$

$60° + 60° + 60° = 180°$



Często występującym błędem było zapisanie, że wszystkie kąty rozwarte przy wierzchołkach A, B, C mają po 120°:

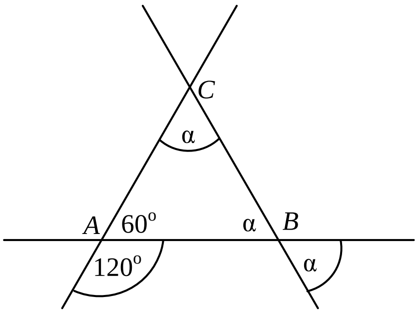
$α = 180° – 120°$, $α = 60°$



Gimnazjaliści, którzy pokonali zasadniczą trudność, ale nie doprowadzali uzasadnienia do końca, obliczali lub zaznaczali na rysunku kąt trójkąta przy wierzchołku A i kąt wierzchołkowy α przy wierzchołku B:

180° – 120° = 60° – z własności kątów przyległych, |∢CAB| = 60°,

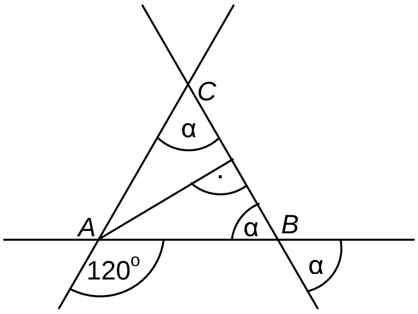
|∢ABC| = α – z własności kątów wierzchołkowych



Wśród niespełna 13% uczniów, którzy rozwiązali zadanie w pełni poprawnie na uwagę zasługuje rozwiązanie z wykorzystaniem jednej z wysokości danego trójkąta:

180° – 120° = 60° – z własności kątów przyległych, |∢CAB| = 60°,

|∢ABC| = α – z własności kątów wierzchołkowych, trójkąt ABC jest równoramienny (kąty przy podstawie BC mają równe miary), więc wysokość spadająca na podstawę BC dzieli ∢CAB na dwa kąty po 30°.



|∢ABC| = α

α = 180° – 90° – 30° = 60°

Wszystkie kąty trójkąta ABC mają po 60°, więc jest on równoboczny.

Podsumowując, należy stwierdzić, że zadanie okazało się dla uczniów bardzo trudne, mimo że ze sprawdzanymi w nim umiejętnościami uczniowie powinni zapoznać się już na II etapie edukacyjnym (Uczeń rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności; rozpoznaje i nazywa trójkąty […] równoboczne […]; stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta). Zdecydowana większość uczniów zakładała od razu, że |∢ABC| = 60°, następnie wnioskowała, korzystając z kątów przyległych i sumy kątów w trójkącie, że trójkąt ABC jest równoboczny lub też zakładała, że kąty rozwarte na załączonym rysunku mają po 120°. Dlatego też, przystępując do rozwiązania tego typu zadania, należy postawić sobie dwa zasadnicze pytania: co chcę uzasadnić?, z jakich własności i twierdzeń muszę skorzystać przy uzasadnianiu?