CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA
OKRĘGOWE KOMISJE EGZAMINACYJNE

Informator
o egzaminie eksternistycznym

przeprowadzanym od roku 2013
z zakresu zasadniczej szkoły zawodowej

MATEMATYKA

MATEMATYKA

Informator
o egzaminie eksternistycznym
przeprowadzanym od roku 2013
z zakresu zasadniczej szkoły zawodowej

opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną
we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi
w Gdańsku, Jaworznie, Krakowie, Łodzi,
Łomży, Poznaniu, Warszawie i Wrocławiu

Warszawa 2012

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
ckesekr@cke.edu.pl
www.cke.edu.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl
www.oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 616 33 99
sekretariat@oke.jaworzno.pl
www.oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl
www.oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży
ul. Nowa 2, 18-400 Łomża
tel. 86 216 44 95
sekretariat@oke.lomza.pl
www.oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 634 91 33
komisja@komisja.pl
www.komisja.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl
www.oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie
ul. Grzybowska 77, 00-844 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl
www.oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 52
sekretariat@oke.wroc.pl
www.oke.wroc.pl

SPIS TREŚCI

I INFORMACJE OGÓLNE

I.1. Podstawy prawne

Zgodnie z ustawą z 7 września 1991 r. o systemie oświaty (Dz. U. z 2004 r. nr 256, poz. 2572 z późn. zm.) egzaminy eksternistyczne są integralną częścią zewnętrznego systemu egzaminowania. Za przygotowanie i przeprowadzanie tych egzaminów odpowiadają Centralna Komisja Egzaminacyjna i okręgowe komisje egzaminacyjne.

Sposób przygotowania i przeprowadzania egzaminów eksternistycznych reguluje rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z 11 stycznia 2012 r. w sprawie egzaminów eksternistycznych (Dz. U. z 17 lutego 2012 r., poz. 188). Na podstawie wspomnianego aktu prawnego CKE i OKE opracowały *Procedury organizowania i przeprowadzania egzaminów eksternistycznych z zakresu szkoły podstawowej dla dorosłych, gimnazjum dla dorosłych, liceum ogólnokształcącego dla dorosłych oraz zasadniczej szkoły zawodowej.*

Egzaminy eksternistyczne z zakresu kształcenia ogólnego dla zasadniczej szkoły zawodowej są przeprowadzane z następujących przedmiotów: język polski, język obcy nowożytny, historia, wiedza o społeczeństwie, podstawy przedsiębiorczości, geografia, biologia, chemia, fizyka, matematyka, informatyka, zgodnie z wymaganiami określonymi w rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 30 sierpnia 2012 r., poz. 977).

I.2. Warunki przystąpienia do egzaminów eksternistycznych

Do egzaminów eksternistycznych z zakresu wymagań określonych w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla zasadniczej szkoły zawodowej może przystąpić osoba, która ukończyła gimnazjum albo ośmioletnią szkołę podstawową.

Osoba, która chce zdawać wyżej wymienione egzaminy eksternistyczne i spełnia formalne warunki, powinna nie później niż na 2 miesiące przed terminem rozpoczęcia sesji egzaminacyjnej złożyć do jednej z ośmiu okręgowych komisji egzaminacyjnych wniosek o dopuszczenie do egzaminów zawierający:

1) imię (imiona) i nazwisko,

2) datę i miejsce urodzenia,

3) numer PESEL, a w przypadku braku numeru PESEL – serię i numer paszportu lub innego dokumentu potwierdzającego tożsamość,

4) adres,

5) wskazanie, jako typu szkoły, zasadniczej szkoły zawodowej.

Do wniosku należy dołączyć także świadectwo ukończenia gimnazjum albo świadectwo ukończenia ośmioletniej szkoły podstawowej. Wniosek ten znajduje się na stronach internetowych OKE w formie załącznika do *Procedur organizowania i przeprowadzania egzaminów eksternistycznych.*

W terminie 14 dni od dnia otrzymania przez OKE wniosku zainteresowana osoba zostaje pisemnie poinformowana o wynikach postępowania kwalifikacyjnego. Od rozstrzygnięcia komisji okręgowej służy odwołanie do dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w terminie 7 dni od dnia jego doręczenia. Rozstrzygnięcie dyrektora CKE jest ostateczne. W przypadku zakwalifikowania osoby do zdawania egzaminów eksternistycznych dyrektor OKE informuje ją o konieczności złożenia deklaracji oraz dowodu wniesienia opłaty za zadeklarowane egzaminy lub wniosku o zwolnienie z opłaty.

Informację o miejscach przeprowadzania egzaminów dyrektor OKE podaje do publicznej wiadomości na stronie internetowej okręgowej komisji egzaminacyjnej nie później niż na 15 dni przed terminem rozpoczęcia sesji egzaminacyjnej.

Osoba dopuszczona do egzaminów eksternistycznych zdaje egzaminy w okresie nie dłuższym niż 3 lata. W uzasadnionych wypadkach, na wniosek zdającego, dyrektor komisji okręgowej może przedłużyć okres zdawania egzaminów eksternistycznych o dwie sesje egzaminacyjne.

Dyrektor komisji okręgowej na wniosek osoby, która w okresie nie dłuższym niż 3 lata od upływu okresu zdawania ponownie ubiega się o przystąpienie do egzaminów eksternistycznych, zalicza tej osobie egzaminy eksternistyczne zdane w wyżej wymienionym okresie.

Osoba dopuszczona do egzaminów eksternistycznych, nie później niż na 30 dni przed terminem rozpoczęcia sesji egzaminacyjnej, składa dyrektorowi komisji okręgowej:

1) pisemną informację wskazującą przedmioty, z zakresu których zamierza zdawać egzaminy eksternistyczne w danej sesji egzaminacyjnej,
2) dowód wniesienia opłaty za egzaminy eksternistyczne z zakresu zajęć edukacyjnych albo wniosek o zwolnienie z opłaty.

Zdający może, w terminie 2 dni od dnia przeprowadzenia egzaminu eksternistycznego z danych zajęć edukacyjnych, zgłosić zastrzeżenia do dyrektora komisji okręgowej, jeżeli uzna, że w trakcie egzaminu zostały naruszone przepisy dotyczące jego przeprowadzania. Dyrektor komisji okręgowej rozpatruje zastrzeżenia w terminie 7 dni od dnia ich otrzymania. Rozstrzygnięcie dyrektora komisji okręgowej jest ostateczne.

W przypadku naruszenia przepisów dotyczących przeprowadzania egzaminu eksternistycznego, jeżeli naruszenie to mogło mieć wpływ na wynik egzaminu, dyrektor komisji okręgowej, w porozumieniu z dyrektorem Centralnej Komisji Egzaminacyjnej, ma prawo unieważnić egzamin eksternistyczny z danych zajęć edukacyjnych i zarządzić jego ponowne przeprowadzenie w następnej sesji egzaminacyjnej. Unieważnienie egzaminu może dotyczyć poszczególnych lub wszystkich zdających.

Na wniosek zdającego sprawdzony i oceniony arkusz egzaminacyjny oraz karta punktowania są udostępniane zdającemu do wglądu w miejscu i czasie określonych przez dyrektora komisji okręgowej.

I.3. Zasady dostosowania warunków i formy przeprowadzania egzaminu dla zdających z dysfunkcjami

Osoby niewidome, słabowidzące, niesłyszące, słabosłyszące, z niepełnosprawnością ruchową, w tym z afazją, z upośledzeniem umysłowym w stopniu lekkim lub z autyzmem, w tym z zespołem Aspergera, przystępują do egzaminów eksternistycznych w warunkach i formie dostosowanych do rodzaju ich niepełnosprawności. Osoby te zobowiązane są przedstawić wydane przez lekarza zaświadczenie potwierdzające występowanie danej dysfunkcji.
Dyrektor Centralnej Komisji Egzaminacyjnej opracowuje szczegółową informację o sposobach dostosowania warunków i formy przeprowadzania egzaminów eksternistycznych do potrzeb i możliwości wyżej wymienionych osób i podaje ją do publicznej wiadomości na stronie internetowej CKE, nie później niż do dnia

1 września roku poprzedzającego rok, w którym są przeprowadzane egzaminy eksternistyczne.

Na podstawie wydanego przez lekarza zaświadczenia potwierdzającego występowanie danej dysfunkcji oraz szczegółowej informacji, o której mowa powyżej, dyrektor komisji okręgowej (lub upoważniona przez niego osoba) wskazuje sposób lub sposoby dostosowania warunków i formy przeprowadzania egzaminu eksternistycznego do potrzeb i możliwości osoby z dysfunkcją/dysfunkcjami przystępującej do egzaminu eksternistycznego. Wyżej wymienione zaświadczenie przedkłada się dyrektorowi komisji okręgowej wraz z wnioskiem o dopuszczenie do egzaminów.

Zdający, który jest chory, w czasie trwania egzaminu eksternistycznego może korzystać ze sprzętu medycznego i leków koniecznych do stosowania w danej chorobie.

II WYMAGANIA EGZAMINACYJNE

II.1. Wiadomości wstępne

Zakres wiadomości i umiejętności sprawdzanych na egzaminie eksternistycznym z przedmiotów ogólnokształcących wyznaczają wymagania ogólne i szczegółowe określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego, wprowadzonej rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z 30 sierpnia 2012 r., poz. 977). Zgodnie z zapisami w podstawie programowej, podczas kształcenia w zasadniczej szkole zawodowej wymaga się wiadomości i umiejętności nabytych nie tylko na IV etapie kształcenia, ale także na wcześniejszych etapach edukacyjnych (zob. np. zadania nr 1, 2, 6, 12, 13, 18, 20 zamieszczone w przykładowym arkuszu egzaminacyjnym – rozdział IV informatora).

II.2. Wymagania

Wiadomości i umiejętności przewidziane dla uczących się w zasadniczej szkole zawodowej opisano w podstawie programowej – zgodnie z ideą europejskich ram kwalifikacji – w języku efektów kształcenia[1]. Cele kształcenia sformułowane są w języku wymagań ogólnych, a treści nauczania oraz oczekiwane umiejętności uczących się sformułowane są w języku wymagań szczegółowych.

II.2.1. Cele kształcenia – wymagania ogólne z przedmiotu *matematyka* w zasadniczej szkole zawodowej

I. Wykorzystanie informacji

Zdający interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik.

[1] Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady Europy z dnia 23 kwietnia 2008 r. w sprawie ustanowienia europejskich ram kwalifikacji dla uczenia się przez całe życie (2008/C111/01).

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

Zdający używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.

III. Modelowanie matematyczne

Zdający dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.

IV. Użycie i tworzenie strategii

Zdający stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.

V. Rozumowanie i argumentacja

Zdający prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.

II.2.2. Treści nauczania – wymagania szczegółowe z przedmiotu *matematyka* w zasadniczej szkole zawodowej

1. Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne. Zdający:

1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg),

2) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia,

3) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej,

4) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również założonych na procent składany i na okres krótszy niż rok),

5) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

2. Równania i nierówności. Zdający:

1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania,

2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi,

3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą,

4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą,

5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.

3. Funkcje. Zdający:

1) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu,

2) odczytuje z wykresu niektóre własności funkcji (miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak, punkty, w których funkcja przyjmuje w danym przedziale wartość największą lub najmniejszą),

3) rysuje wykresy funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru,

4) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie,

5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej,

6) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru,

7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje),

8) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym,

9) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym),

10) szkicuje wykresy funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ dla danego a, korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi.

4. Trygonometria. Zdający:

1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów ostrych,

2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora),

3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną),

4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, $\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ oraz $\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$.

5. Planimetria. Zdający:

1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym,

2) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych.

6. Stereometria. Zdający:

1) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi), oblicza miary tych kątów,

2) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów,

3) rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt między tworzącymi stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów,

4) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami,

5) wyznacza przekroje prostopadłościanów płaszczyzną,

6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.

7. Elementy statystyki opisowej. Zdający:

1) oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną i medianę (także w przypadku danych pogrupowanych),

2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w postaci diagramów, wykresów i tabel.

III OPIS EGZAMINU

III.1. Forma i zakres egzaminu

Egzamin eksternistyczny z zakresu zasadniczej szkoły zawodowej z przedmiotu *matematyka* jest egzaminem pisemnym, sprawdzającym wiadomości i umiejętności określone w podstawie programowej, przytoczone w rozdziale II niniejszego informatora. Osoba przystępująca do egzaminu rozwiązuje zadania zawarte w jednym arkuszu egzaminacyjnym.

III.2. Czas trwania egzaminu

Egzamin trwa **120** minut.

III.3. Arkusz egzaminacyjny

Arkusz egzaminacyjny z matematyki składa się z zadań z zakresu wykorzystania informacji, wykorzystania i interpretowania reprezentacji, modelowania matematycznego, użycia i tworzenia strategii oraz rozumowania i argumentacji.

Zadania zawarte w arkuszu sprawdzają rozumienie pojęć i badają umiejętność ich zastosowania w sytuacjach o charakterze problemowym.

Arkusz egzaminacyjny z matematyki składa się z różnego rodzaju zadań zamkniętych i otwartych.

Wśród zadań zamkniętych mogą wystąpić:

• zadania wyboru wielokrotnego – zdający wybiera poprawną odpowiedź spośród kilku podanych propozycji,

• zadania typu prawda–fałsz – zdający stwierdza prawdziwość lub fałszywość informacji, zdań, zależności zawartych w zadaniu.

Wśród zadań otwartych mogą wystąpić:

• zadania krótkiej odpowiedzi – zdający formułuje odpowiedź w formie jednego lub kilku działań,

• zadania rozszerzonej odpowiedzi – zdający udziela rozwiniętej odpowiedzi pisemnej, w której przedstawia tok swojego rozumowania.

W arkuszu egzaminacyjnym obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą można uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.

III.4. Zasady rozwiązywania i zapisu rozwiązań

Zdający rozwiązuje zadania bezpośrednio w arkuszu egzaminacyjnym.

Ostatnia strona arkusza egzaminacyjnego i niektóre strony w środku są przeznaczone na brudnopis.

III.5. Zasady sprawdzania i oceniania arkusza egzaminacyjnego

Za organizację procesu sprawdzania i oceniania arkuszy egzaminacyjnych odpowiadają okręgowe komisje egzaminacyjne. Rozwiązania zadań przez zdających sprawdzają i oceniają zewnętrzni egzaminatorzy powoływani przez dyrektora właściwej okręgowej komisji egzaminacyjnej.

Rozwiązania zadań oceniane są przez egzaminatorów na podstawie jednolitych w całym kraju szczegółowych kryteriów.

Ocenie podlegają tylko te fragmenty pracy, które dotyczą pytań/poleceń. Komentarze, nawet poprawne, wykraczające poza zakres pytań/poleceń, nie podlegają ocenie.

W zadaniach krótkiej odpowiedzi, za które można przyznać tylko jeden punkt, przyznaje się go wyłącznie za odpowiedź w pełni poprawną; jeśli podano więcej odpowiedzi, niż wynika to z polecenia w zadaniu, to zadanie jest ocenione tak jak zadanie źle rozwiązane.

Jeśli w zadaniu krótkiej odpowiedzi, oprócz poprawnej odpowiedzi, dodatkowo podano odpowiedź (informację) błędną, sprzeczną z odpowiedzią poprawną, za rozwiązanie zadania nie przyznaje się punktów.

Zapisy w brudnopisie nie są oceniane.

Zadania egzaminacyjne ujęte w arkuszach egzaminacyjnych są oceniane w skali punktowej.

Wyniki egzaminów eksternistycznych z poszczególnych przedmiotów są wyrażane w stopniach według skali stopni szkolnych − od 1 do 6. Przeliczenia liczby punktów uzyskanych na egzaminie eksternistycznym z danego przedmiotu na stopień szkolny dokonuje się w następujący sposób:

- stopień celujący (6) – od 93% do 100% punktów,
- stopień bardzo dobry (5) – od 78% do 92% punktów,

- stopień dobry (4) – od 62% do 77% punktów,
- stopień dostateczny (3) – od 46% do 61% punktów,
- stopień dopuszczający (2) – od 30% do 45% punktów,
- stopień niedostateczny (1) – poniżej 30% punktów.

Wyniki egzaminów eksternistycznych z poszczególnych zajęć edukacyjnych ustala komisja okręgowa na podstawie liczby punktów przyznanych przez egzaminatorów sprawdzających i oceniających dany arkusz egzaminacyjny.

Zdający zdał egzamin eksternistyczny z danego przedmiotu, jeżeli uzyskał z tego egzaminu ocenę wyższą od niedostatecznej.

Wynik egzaminu – wyrażony w skali stopni szkolnych – odnotowuje się na świadectwie ukończenia szkoły wydawanym przez właściwą okręgową komisję egzaminacyjną.

IV PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY

W tym rozdziale prezentujemy **przykładowy** arkusz egzaminacyjny. Zawiera on instrukcję dla zdającego oraz zestaw zadań egzaminacyjnych.
W rozdziale V informatora zamieszczono przykładowe odpowiedzi zdających, kryteria oceniania zadań oraz komentarze.

Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

PESEL *(wpisuje zdający)*

ZMA-A1-133

EGZAMIN EKSTERNISTYCZNY Z MATEMATYKI

ZASADNICZA SZKOŁA ZAWODOWA

Czas pracy: 120 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 17 stron (zadania 1−21). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
4. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
5. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
6. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.
7. Wypełnij tę część karty punktowania, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
8. Na karcie punktowania wpisz swój PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
9. Pamiętaj, że w wypadku stwierdzenia niesamodzielnego rozwiązywania zadań egzaminacyjnych lub zakłócania prawidłowego przebiegu egzaminu w sposób utrudniający pracę pozostałym osobom zdającym przewodniczący zespołu nadzorującego przerywa i unieważnia egzamin eksternistyczny.

Życzymy powodzenia!

W zadaniach 1−13 wybierz i podkreśl jedyną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Liczba $9:\frac{2}{7}-6$ jest równa

A. $-1\frac{23}{40}$

B. $3\frac{3}{5}$

C. $-3\frac{3}{7}$

D. $25\frac{1}{2}$

Zadanie 2. *(1 pkt)*

Sześć kolejnych cyfr rozwinięcia dziesiętnego liczby $\sqrt{7}$ to $2,64575$. Zaokrąglenie liczby $\sqrt{7}$ do trzeciego miejsca po przecinku to

A. $2,644$

B. $2,645$

C. $2,646$

D. $2,647$

Zadanie 3. *(1 pkt)*

Cenę telewizora obniżono z 2250 zł do 2025 zł. Obniżka ceny telewizora była równa

A. 5%

B. 10%

C. 12%

D. 15%

BRUDNOPIS

Zadanie 4. *(1 pkt)*

Wskaż rysunek, na którym jest zaznaczony przedział liczbowy $\langle -2, 3)$.

A.


B.


C.


D.


Zadanie 5. *(1 pkt)*

Dla każdej liczby rzeczywistej wyrażenie $(x-1)^2$ jest równe

A. x^2+1

B. x^2-1

C. x^2+2x+1

D. x^2-2x+1

Zadanie 6. *(1 pkt)*

Wartość wyrażenia $\frac{6x-4}{3}$ dla $x=1\frac{1}{6}$ jest równa

A. $-1\frac{2}{3}$

B. -1

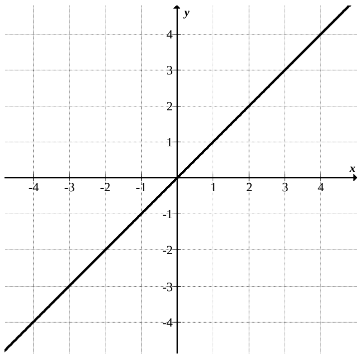
C. $\frac{7}{9}$

D. 1

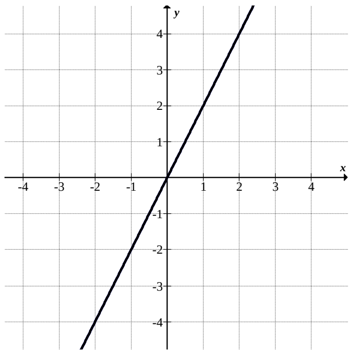
BRUDNOPIS

Zadanie 7. *(1 pkt)*

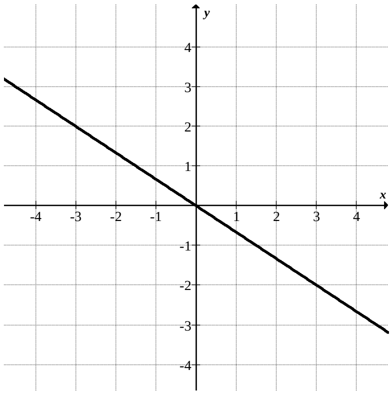
Wskaż rysunek, na którym przedstawiony jest fragment prostej o równaniu $y = 2x$.



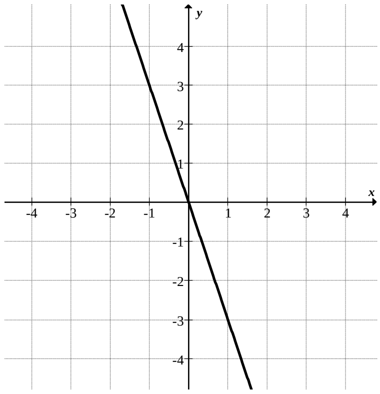
A.



B.



C.



D.

Zadanie 8. *(1 pkt)*

Punkt $(0,3)$ leży na wykresie funkcji liniowej *f* określonej wzorem

A. $f(x) = 3x$

B. $f(x) = x - 3$

C. $f(x) = -3x$

D. $f(x) = x + 3$

Zadanie 9. *(1 pkt)*

Rozwiązaniem równania $2x - (1 - x) = 2$ jest liczba

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

BRUDNOPIS

Zadanie 10. *(1 pkt)*

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f\left(x\right)=2x^2-3x+4$. Wówczas

A. $f\left(0\right)=4$

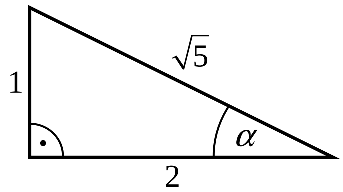
B. $f\left(1\right)=4$

C. $f\left(-1\right)=4$

D. $f\left(-2\right)=4$

Zadanie 11. *(1 pkt)*

Na rysunku zostały podane długości boków trójkąta prostokątnego i oznaczony został jeden z jego kątów ostrych.



Wówczas

A. $\sin\alpha=\frac{1}{2}$

B. $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}}$

C. $\sin\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$

D. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{2}$

Zadanie 12. *(1 pkt)*

Pole największego koła, które można wyciąć z kwadratowego arkusza blachy o boku długości 20 cm, jest równe

A. $10\pi\ \text{cm}^2$

B. $20\pi\ \text{cm}^2$

C. $100\pi\ \text{cm}^2$

D. $400\pi\ \text{cm}^2$

BRUDNOPIS

Zadanie 13. *(1 pkt)*

Podstawą graniastosłupa prawidłowego jest dwudziestokąt. Liczba wszystkich wierzchołków tego graniastosłupa jest równa

A. 40

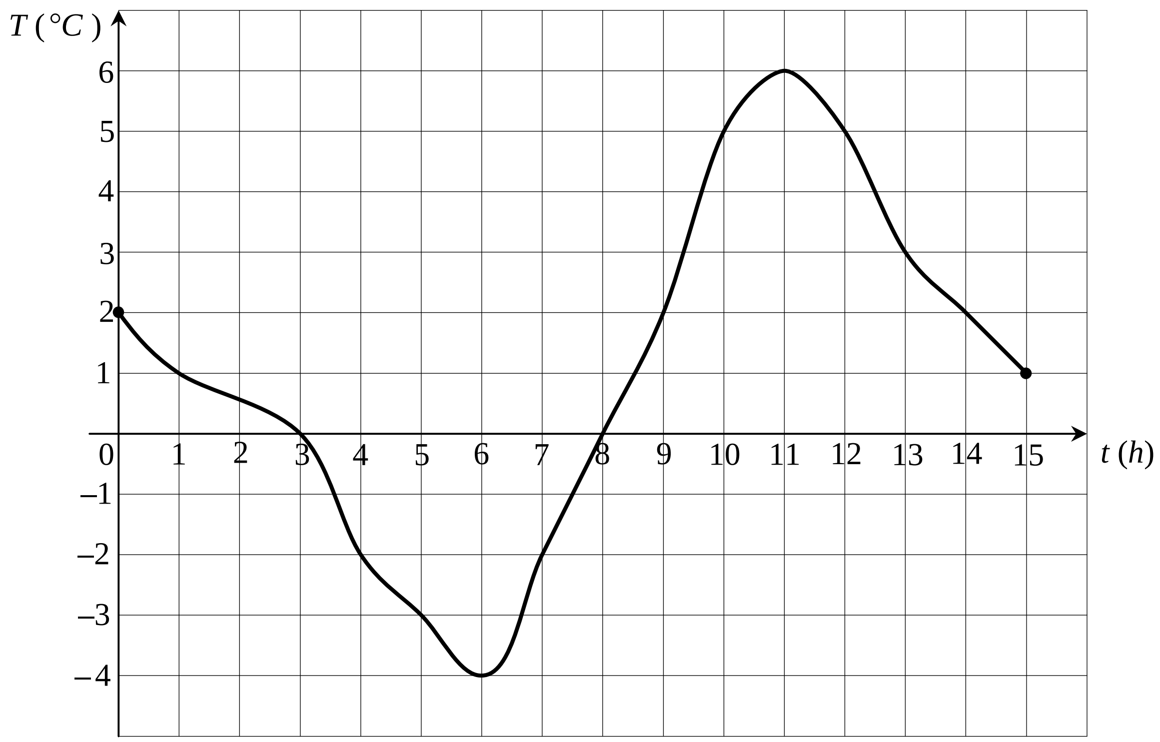
B. 25

C. 21

D. 20

Zadanie 14. *(4 pkt)*

Podczas doświadczenia, które trwało 15 godzin, mierzono temperaturę pewnej substancji. Wyniki pomiarów przedstawiono na wykresie.



W tabeli zapisano cztery zdania. Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli jest fałszywe.

Lp.	Zdanie	P / F
1.	Na początku pomiaru odnotowano temperaturę równą $2\ ^\circ C$.	
2.	Najwyższa temperatura, jaką odnotowano, to $15\ ^\circ C$.	
3.	W ciągu pierwszych czterech godzin pomiarów temperatura malała.	
4.	Dwukrotnie temperatura substancji była równa $0\ ^\circ C$.	

BRUDNOPIS

Zadanie 15. *(3 pkt)*

Rozwiąż nierówność $0,5x+1,5\left(x-\frac{2}{3}\right)\le 8$.

Odpowiedź:.. .

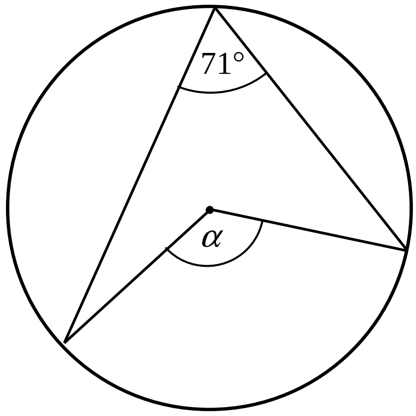
Zadanie 16. *(3 pkt)*

Rozwiąż równanie $x^2-3x+2=0$.

Odpowiedź:.. .

Zadanie 17. *(2 pkt)*

Oblicz miarę kąta środkowego α zaznaczonego na rysunku.



Odpowiedź:.. .

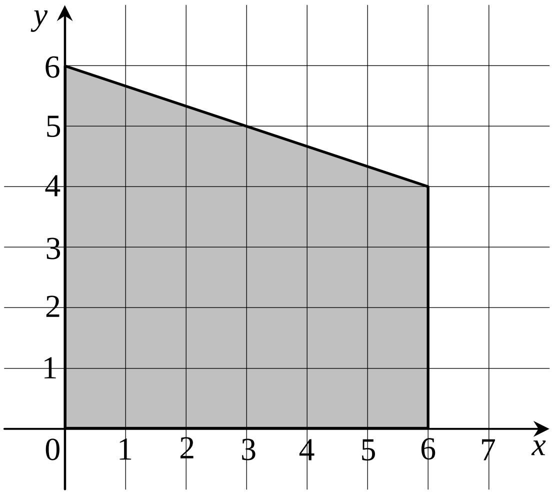
Zadanie 18. *(3 pkt)*

Rozwiąż układ równań $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$.

Odpowiedź:.. .

Zadanie 19. *(4 pkt)*

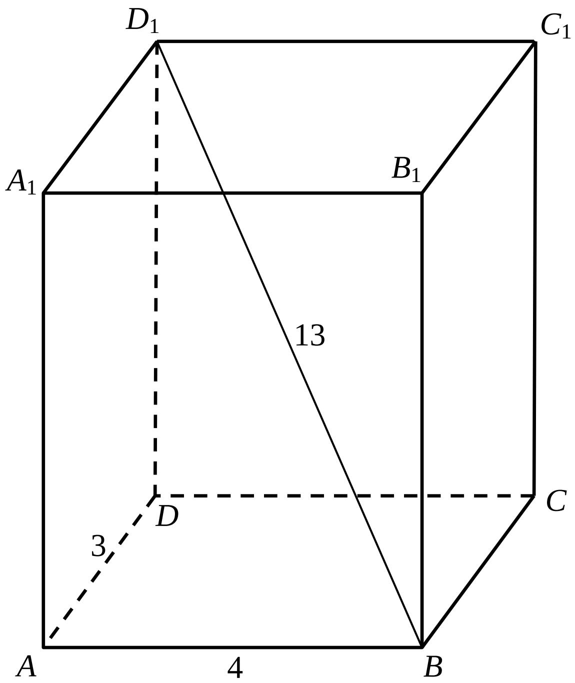
Oblicz pole czworokąta narysowanego w układzie współrzędnych.



Odpowiedź:.. .

Zadanie 20. *(5 pkt)*

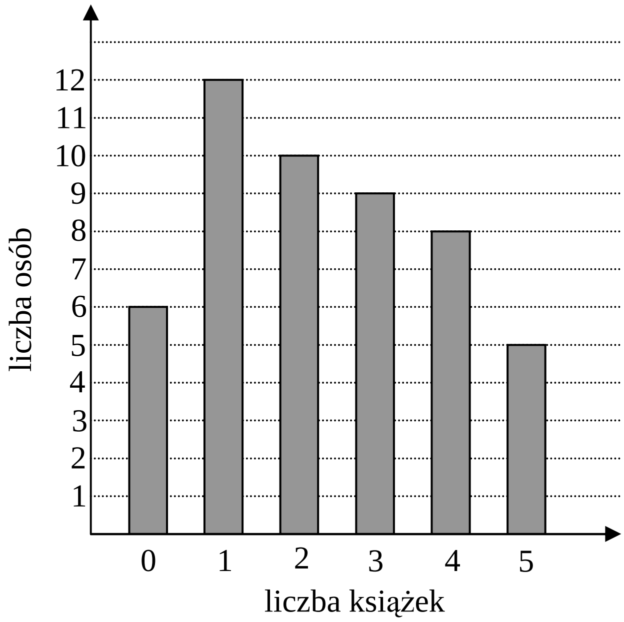
Podstawą prostopadłościanu jest prostokąt o bokach długości 3 cm i 4 cm, a jego przekątna ma długość 13 cm (zobacz rysunek). Zaznacz kąt nachylenia przekątnej do płaszczyzny podstawy. Oblicz objętość prostopadłościanu.



Odpowiedź:.. .

Zadanie 21. *(3 pkt)*

Grupę 50 osób zapytano o liczbę przeczytanych książek w ciągu ostatniego roku. Wyniki tej ankiety przedstawione zostały na diagramie słupkowym.



21.1. Podaj, ile osób w badanej grupie przeczytało mniej niż dwie książki w ciągu ostatniego roku.

21.2. Oblicz średnią liczbę przeczytanych w ciągu ostatniego roku książek przez jednego badanego.

Odpowiedź:.. .

BRUDNOPIS

V PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIA ZADAŃ ZAMIESZCZONYCH W ARKUSZU EGZAMINACYJNYM I ICH OCENA

Uwaga:

Przykładowe wypowiedzi zdających są wiernymi cytatami z arkuszy egzaminacyjnych i mogą zawierać błędy.

W zadaniach 1−13 wybierz i zaznacz jedyną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. *(1 pkt)*

Liczba $9:\frac{2}{7}-6$ jest równa

A. $-1\frac{23}{40}$

B. $3\frac{3}{5}$

C. $-3\frac{3}{7}$

D. $25\frac{1}{2}$

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
D. $25\frac{1}{2}$	Zgodnie z kolejnością wykonywania działań mamy: $9:\frac{2}{7}-6=9\cdot\frac{7}{2}-6=\frac{63}{2}-6=31\frac{1}{2}-6=25\frac{1}{2}$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi D.

Zadanie 2. *(1 pkt)*

Sześć kolejnych cyfr rozwinięcia dziesiętnego liczby $\sqrt{7}$ to $2,64575$. Zaokrąglenie liczby $\sqrt{7}$ do trzeciego miejsca po przecinku to

A. $2,644$

B. $2,645$

C. $2,646$

D. $2,647$

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
C. $2,646$	Czwartą cyfrą po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby $\sqrt{7}$ jest 7. Zgodnie z regułą zaokrąglania trzecią cyfrę po przecinku tego rozwinięcia zwiększamy o 1. Zatem zaokrąglenie liczby $\sqrt{7}$ do trzeciego miejsca po przecinku to $2,646$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi C.

Zadanie 3. *(1 pkt)*

Cenę telewizora obniżono z 2250 zł do 2025 zł. Obniżka ceny telewizora była równa

A. 5%

B. 10%

C. 12%

D. 15%

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
B. 10%	Obliczamy, o ile złotych obniżono cenę telewizora $2250-2025=225$ zł. Wartość obniżki stanowi $\frac{225}{2250}\%=10\%$ pierwotnej ceny telewizora. Możemy również obliczyć, jakim procentem poprzedniej ceny jest nowa cena: $\frac{2025}{2250}\%=90\%$ i z tego wywnioskować, że obniżka była równa 10%. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi B.

Zadanie 4. *(1 pkt)*

Wskaż rysunek, na którym jest zaznaczony przedział liczbowy $\langle -2,3)$.

A. 

B. 

C. 

D. 

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
C.	Do przedziału $\langle -2,3)$ należą liczby rzeczywiste, których wartości spełniają następujące warunki: są to liczby większe bądź równe -2 i jednocześnie mniejsze od 3. Taki przedział zaznaczony jest na rysunku C. Zamalowana kropka nad liczbą -2 oznacza, że liczba ta należy do przedziału, pusta kropka nad trójką oznacza, że liczba 3 do tego przedziału nie należy. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi C.

Zadanie 5. *(1 pkt)*

Dla każdej liczby rzeczywistej *x* wyrażenie $\left(x-1\right)^2$ jest równe

A. x^2+1

B. x^2-1

C. x^2+2x+1

D. x^2-2x+1

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
D. x^2-2x+1	Korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia: $\left(a-b\right)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2$ i otrzymujemy $\left(x-1\right)^2=x^2-2x+1$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi D.

Zadanie 6. *(1 pkt)*

Wartość wyrażenia $\frac{6x-4}{3}$ dla $x=1\frac{1}{6}$ jest równa

A. $-1\frac{2}{3}$

B. -1

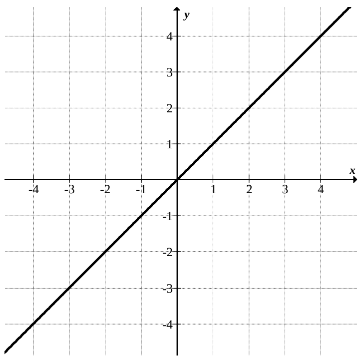
C. $\frac{7}{9}$

D. 1

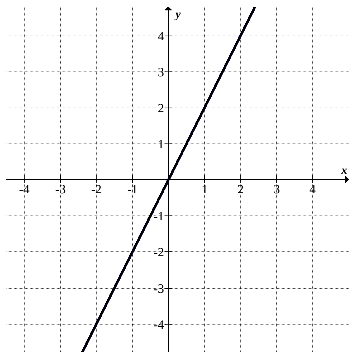
Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
D. 1	Dla $x=1\frac{1}{6}$ wartość wyrażenia $\frac{6x-4}{3}$ jest równa $\frac{6\cdot 1\frac{1}{6}-4}{3}=\frac{\cancel{6}\cdot\frac{7}{\cancel{6}}-4}{3}=\frac{7-4}{3}=\frac{3}{3}=1$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi D.

Zadanie 7. *(1 pkt)*

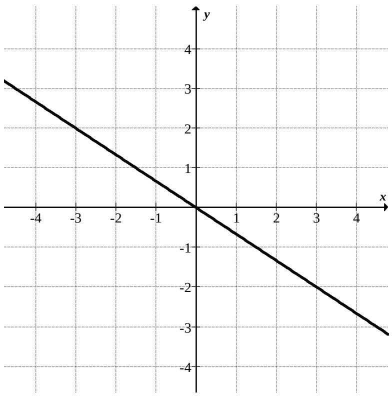
Wskaż rysunek, na którym przedstawiony jest fragment prostej o równaniu $y = 2x$.



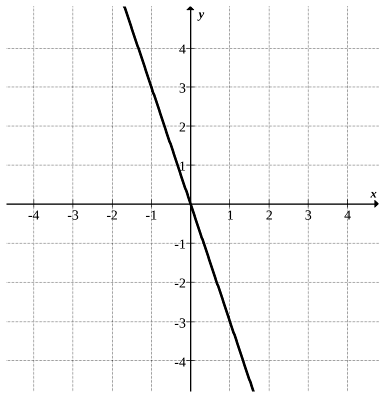
A.



B.



C.



D.

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
B.	Wyznaczamy współrzędne punktów, które należą do prostej o równaniu $y = 2x$. Wykonujemy obliczenia: np. dla $x = 0$, $y = 2 \cdot 0 = 0$ oraz dla $x = 2$, $y = 2 \cdot 2 = 4$. Do prostej $y = 2x$ należą więc punkty $(0,0)$ oraz $(2,4)$. Jest to prosta przedstawiona na rysunku B. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi B.

Zadanie 8. *(1 pkt)*

Punkt $(0,3)$ leży na wykresie funkcji liniowej *f* określonej wzorem

A. $f(x)=3x$

B. $f(x)=x-3$

C. $f(x)=-3x$

D. $f(x)=x+3$

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
D. $f(x)=x+3$	Obliczamy wartości podanych funkcji dla argumentu $x=0$: A. $f(0)=3\cdot 0=0$, B. $f(0)=0-3=-3$, C. $f(0)=-3\cdot 0=0$, D. $f(0)=0+3=3$. W rozwiązaniu D otrzymaliśmy $f(0)=3$, co oznacza, że punkt $(0,3)$ leży na wykresie tej funkcji. Możemy również wskazać poprawną odpowiedź, odwołując się do interpretacji współczynników we wzorze funkcji liniowej $f(x)=ax+b$. Współczynnik *b* w tym wzorze to druga współrzędna punktu przecięcia wykresu funkcji z osią *Oy,* tzn. że funkcja liniowa $f(x)=ax+b$ przechodzi przez punkt o współrzędnych $(0,b)$. Z tego wynika, że funkcja $f(x)=x+3$ przechodzi przez punkt $(0,3)$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi D.

Zadanie 9. *(1 pkt)*

Rozwiązaniem równania $2x-(1-x)=2$ jest liczba

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
B. 1	Możemy rozwiązać podane równanie. Wtedy mamy $2x-(1-x)=2$, $2x-1+x=2$, $3x-1=2$, $3x=3$, $x=1$. Możemy też sprawdzać po kolei, która z podanych w odpowiedziach liczb spełnia równanie $2x-(1-x)=2$. Liczba 0 nie spełnia tego równania, gdyż $2\cdot 0-(1-0)=0-1=-1\neq 2$. Natomiast liczba 1 spełnia równanie, gdyż $2\cdot 1-(1-1)=2-0=2$. Zatem poprawna odpowiedź to B. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi B.

Zadanie 10. *(1 pkt)*

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x)=2x^2-3x+4$. Wówczas

A. $f(0)=4$

B. $f(1)=4$

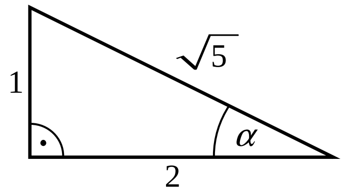
C. $f(-1)=4$

D. $f(-2)=4$

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
A. $f(0)=4$	Aby rozwiązać to zadanie, należy obliczyć wartość funkcji $f(x)=2x^2-3x+4$ dla podanego argumentu. Obliczamy $f(0)$ w następujący sposób: $f(0)=2\cdot 0^2-3\cdot 0+4=4$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi A.

Zadanie 11. *(1 pkt)*

Na rysunku zostały podane długości boków trójkąta prostokątnego i oznaczony został jeden z jego kątów ostrych.



Wówczas

A. $\sin\alpha = \frac{1}{2}$

B. $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

C. $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

D. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
B. $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$	Korzystając z definicji sinusa kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, otrzymujemy $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi B.

Zadanie 12. *(1 pkt)*

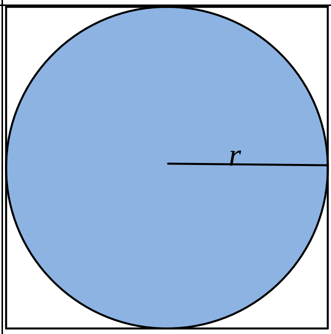
Pole największego koła, które można wyciąć z kwadratowego arkusza blachy o boku długości 20 cm, jest równe

A. 10π cm^2

B. 20π cm^2

C. 100π cm^2

D. 400π cm^2

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
C. 100π cm^2	 Największe koło, jakie można wyciąć z kwadratu o boku 20 cm, ma średnicę równą długości boku tego kwadratu. Promień tego koła jest równy 10 cm. Obliczamy pole tego koła dla $r=10$: $P=\pi r^2=\pi\cdot 10^2=100\pi$ cm^2. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi C.

Zadanie 13. *(1 pkt)*

Podstawą graniastosłupa prawidłowego jest dwudziestokąt. Liczba wszystkich wierzchołków tego graniastosłupa jest równa

A. 40

B. 25

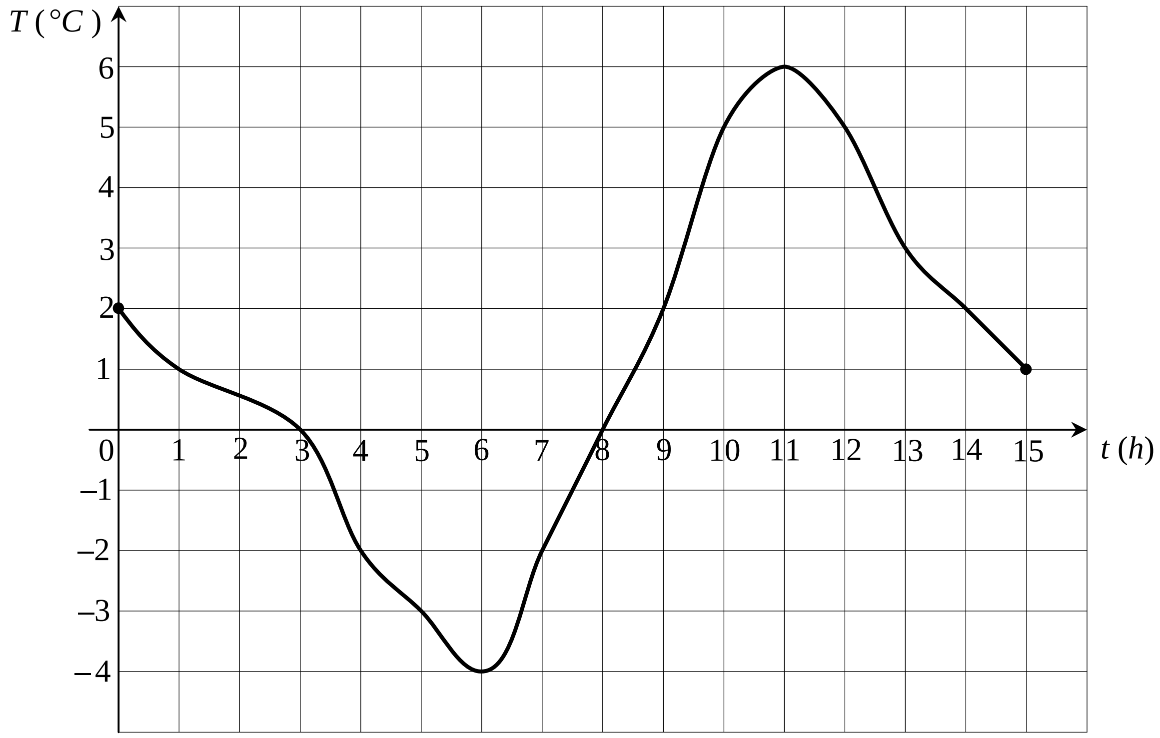
C. 21

D. 20

Poprawna odpowiedź	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
A. 40	Graniastosłup ma dwie takie same podstawy. Skoro podstawą graniastosłupa jest dwudziestokąt, to liczba wierzchołków graniastosłupa przy jednej podstawie jest równa 20. Zatem liczba wszystkich wierzchołków graniastosłupa jest równa 40. Zdający otrzymuje 1 punkt za podkreślenie odpowiedzi A.

Zadanie 14. *(4 pkt)*

Podczas doświadczenia, które trwało 15 godzin, mierzono temperaturę pewnej substancji. Wyniki pomiarów przedstawiono na wykresie.



W tabeli zapisano cztery zdania. Wpisz w wolną rubrykę literę P, jeżeli zdanie jest prawdziwe, albo literę F, jeśli jest fałszywe.

Poprawne odpowiedzi		Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje po 1 punkcie za podanie każdej prawidłowej odpowiedzi – łącznie 4 punkty.		
Na początku pomiaru odnotowano temperaturę równą $2\ °C$.	P	Odczytujemy z wykresu temperaturę początkową. Jest ona równa $2\ °C$.
Najwyższa temperatura, jaką odnotowano, to $15\ °C$.	F	Odczytujemy z wykresu największą wartość temperatury, jaką osiągnęła substancja. Jest ona równa $6\ °C$. Zdanie jest więc nieprawdziwe.
W ciągu pierwszych czterech godzin pomiarów temperatura malała.	P	Z wykresu odczytujemy, że w ciągu pierwszych czterech godzin funkcja jest malejąca, więc temperatura malała.
Dwukrotnie temperatura substancji była równa $0\ °C$.	P	Funkcja ma dwa miejsca zerowe, dla $t=3$ oraz $t=8$, więc zdanie jest prawdziwe.

Zadanie 15. *(3 pkt)*

Rozwiąż nierówność $\mathbf{0,5x+1,5\left(x-\frac{2}{3}\right)\le 8}$.

Zdający	Przykładowe odpowiedzi zdających	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje: 0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne, 1 punkt – za prawidłowe opuszczenie nawiasów w nierówności, 1 punkt – za zapisanie nierówności w postaci: $2x\le 9$, 1 punkt – za rozwiązanie nierówności: $x\le 4,5$. 3 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.		
A	$0,5x+1,5\left(x-\frac{2}{3}\right)\le 8$, $0,5x+1,5x-1,5\cdot\frac{2}{3}\le 8$, $2x-\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}\le 8$, $2x-1\le 8$, $2x\le 9$, $x\le 4,5$. *Odpowiedź:* $x\le 4,5$.	Zdający A prawidłowo rozwiązał nierówność. Opuszczając nawias, poprawnie zastosował regułę kolejności wykonywania działań. Nie popełnił żadnych błędów. Zdający otrzymał 3 punkty.
B	$0,5x+1,5\left(x-\frac{2}{3}\right)\le 8$, $0,5x+\frac{3}{2}x-1\le 8$, $\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}x\le 9$, $2x\le 9$, $x\ge 4,5$. *Odpowiedź:* $x\ge 4,5$.	Zdający B opuścił nawias, poprawnie stosując regułę kolejności wykonywania działań. Doprowadził nierówność do postaci $2x\le 9$, za co otrzymał 2 punkty. Popełnił jednak błąd, dzieląc nierówność $2x\le 9$ przez 2, ponieważ zmienił jej znak. Nierówność nie została tym samym rozwiązana prawidłowo. Zdający otrzymał 2 punkty.
C	$0,5x+1,5\left(x-\frac{2}{3}\right)\le 8$, $0,5x+1,5x-1\le 8$ $2x^2-1-8=0$, $2x^2-9=0$, $2x^2=9$, $x^2=4,5$ $x=\sqrt{4,5}$ *Odpowiedź* $x=\sqrt{4,5}$.	Zdający C opuścił prawidłowo nawias, za co otrzymał 1 punkt, ale kontynuując rozwiązanie, popełnił szereg błędów: sumując $0,5x+1,5x$, otrzymał $2x^2$ i jednocześnie zamienił nierówność w równanie. Zdający otrzymał 1 punkt.
D	$0,5x+1,5\left(x-\frac{2}{3}\right)\le 8$, $0,5x+1,5\left(x-\frac{2}{3}\right)=8$ $0,5x+1,5\left(\frac{1}{3}x\right)=8$, $0,5x+\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{1}x=8$ $0,5x+6x=8$, $6,5x=8$, $x=\frac{8}{6,5}$, *Odpowiedź:* $x=\frac{8}{6,5}$.	Zdający D zamienił nierówności w równanie. Zrobił błąd, odejmując od siebie wyrażenia, które nie są podobne $x-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}x$. Pisząc, że $1,5\left(\frac{1}{3}x\right)=\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{1}x$, popełnił następny błąd. Zdający otrzymał 0 punktów.

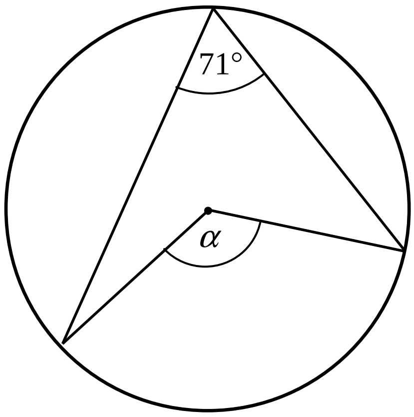
Zadanie 16. *(3 pkt)*

Rozwiąż równanie $x^2 - 3x + 2 = 0$.

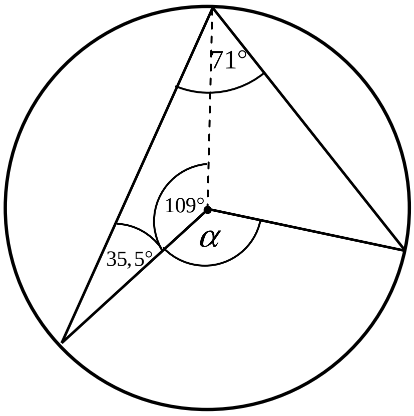
<table>
<tr><th>Zdający</th><th>Przykładowe odpowiedzi zdających</th><th>Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania</th></tr>
<tr><td colspan="3">Zdający otrzymuje:
0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne,
1 punkt – za obliczenie wyróżnika trójmianu $x^2 - 3x + 2 = 0$: $\Delta = 1$,
1 punkt – za zastosowanie wzorów na pierwiastki trójmianu kwadratowego:
$x_1 = \frac{-(-3)-\sqrt{1}}{2\cdot 1}$, $x_2 = \frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\cdot 1}$,
1 punkt – za obliczenie pierwiastków: $x = 1$ lub $x = 2$.
3 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.</td></tr>
<tr><td>A</td><td>$x^2 - 3x + 2 = 0$
$a = 1,\ b = -3,\ c = 2$
$\Delta = (-3)^2 - 4\cdot 1\cdot 2 = 9 - 8 = 1$
$x_1 = \frac{-(-3)-\sqrt{1}}{2\cdot 1} = 1,\ x_2 = \frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\cdot 1} = 2$
Odpowiedź: $x = 1$ *lub* $x = 2$.</td><td>Zdający A prawidłowo rozwiązał równanie. Obliczył wartość wyróżnika Δ i prawidłowo zastosował wzory na pierwiastki równania kwadratowego.
Nie popełnił żadnych błędów rachunkowych.
Zdający otrzymał 3 punkty.</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$x^2 - 3x + 2 = 0$
$a = 1,\ b = -3,\ c = 2$
$\Delta = (-3)^2 - 4\cdot 1\cdot 2 = 9 - 8 = 1$
$x_1 = \frac{-(-3)-\sqrt{1}}{2\cdot 1} = -2,\ x_2 = \frac{-(-3)+\sqrt{1}}{2\cdot 1} = -1$
Odpowiedź: $x = -2$ *lub* $x = -1$.</td><td>Zdający B poprawnie obliczył wyróżnik Δ. Podstawił prawidłowe wielkości we wzorach na pierwiastki równania kwadratowego, za co otrzymał 2 punkty. Popełnił błędy przy obliczaniu wartości pierwiastków równania. Równanie nie zostało rozwiązane prawidłowo.
Zdający otrzymał 2 punkty.</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$x^2 - 3x + 2 = 0$
$a = 1,\ b = -3,\ c = 2$
$\Delta = (-3)^2 - 4\cdot 1\cdot 2 = 9 - 8 = 1$
$x_1 = \frac{-3-\sqrt{1}}{2\cdot 1} = -2,\ x_2 = \frac{-3+\sqrt{1}}{2\cdot 1} = -1$
Odpowiedź: $x = -2$ *lub* $x = 2$.</td><td>Zdający C poprawnie obliczył wyróżnik Δ, za co otrzymał 1 punkt. Nie podstawił jednak prawidłowej wielkości we wzorach na pierwiastki równania kwadratowego. Pierwiastki równania zostały tym samym źle obliczone.
Zdający otrzymał 1 punkt.</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$x^2 - 3x + 2 = 0$
$a = 1,\ b = -3,\ c = 2$
$\Delta = (-3)^2 - 4\cdot 1\cdot 2 = -9 - 8,\ \Delta = -17$
Odpowiedź: $x \in \varnothing$.</td><td>Zdający nie rozwiązał równania. Obliczając wyróżnik Δ, popełnił błędy rachunkowe, które uniemożliwiły mu dalsze rozwiązanie.
Zdający otrzymał 0 punktów.</td></tr>
</table>

Zadanie 17. *(2 pkt)*

Oblicz miarę kąta środkowego α zaznaczonego na rysunku.



Zdający	Przykładowe odpowiedzi zdających	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje: 0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne, 1 punkt – za zastosowanie twierdzenia o kącie środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku i zapisanie zależności, np. $\frac{1}{2}\alpha = 71°$. 1 punkt – za obliczenie miary kąta środkowego: $\alpha = 142°$. 2 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.		
A	$\alpha = 2 \cdot 71° = 142°$ *Odpowiedź:* $\alpha = 142°$	Zdający A prawidłowo rozwiązał zadanie. Wykorzystał do obliczenia miary kąta środkowego α twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku Zdający otrzymał 2 punkty.
B	$\alpha = 2 \cdot 71°$, $\alpha = 124°$ *Odpowiedź:* $\alpha = 124°$	Zdający B poprawnie zapisał zależność między kątami, wynikającą z twierdzenia o kącie środkowym i wpisanym opartych na tym samym łuku. Popełnił błąd przy obliczaniu wartości kąta α. Zadanie nie zostało rozwiązane prawidłowo. Zdający otrzymał 1 punkt.

<table>
<tr><td>C</td><td>

$71^\circ : 2 = 35,5^\circ$,
$180^\circ - (35,5^\circ + 35,5^\circ) = 180^\circ - 71^\circ = 109^\circ$,
$109^\circ \cdot 2 = 218^\circ$, $360^\circ - 218^\circ = 142^\circ$
Odpowiedź: $\alpha = 142^\circ$.</td><td>Zdający C, rozwiązując zadanie, skorzystał z fałszywych przesłanek, bo dorysowany odcinek nie jest zawarty w dwusiecznej kąta o mierze 71°. Wyznaczone miary kątów nie są prawidłowe.
Zdający otrzymał 0 punktów.</td></tr>
</table>

Zadanie 18. *(3 pkt)*

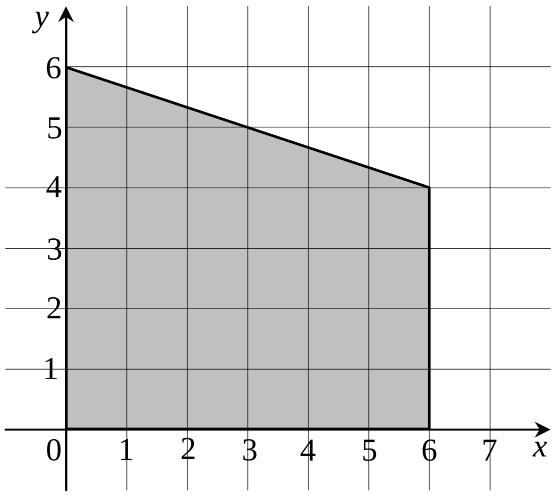
Rozwiąż układ równań $\begin{cases} \mathbf{2x + y = 8} \\ \mathbf{3x - 4y = 1} \end{cases}$

<table>
<tr><th>Zdający</th><th>Przykładowe odpowiedzi zdających</th><th>Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania</th></tr>
<tr><td colspan="3">Zdający otrzymuje:
0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne,
1 punkt – za wyznaczenie jednej z niewiadomych, wstawienie do drugiego równania i zapisanie równania z jedną niewiadomą, np. $y = 8 - 2x$, $3x - 4(8 - 2x) = 1$ lub zastosowanie metody przeciwnych współczynników i zapisanie równania z jedną niewiadomą, np. $11x = 33$,
1 punkt – za obliczenie wartości jednej z niewiadomych, np. $x = 3$.
1 punkt – za obliczenie wartości drugiej niewiadomej: $y = 2$.
3 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.</td></tr>
<tr><td>A</td><td>$\begin{cases} 2x + y = 8 /\cdot 4 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 8x + 4y = 32 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$
$11x = 33$ $x = 3$
$2 \cdot x + y = 8$ $2 \cdot 3 + y = 8$
$6 + y = 8$ $y = 2$
Odpowiedź: $x = 3$, $y = 2$.</td><td>Zdający A prawidłowo rozwiązał układ równań. Pomnożył pierwsze równanie stronami przez 4 i zastosował metodę przeciwnych współczynników. Nie popełnił żadnych błędów rachunkowych.
Zdający otrzymał 3 punkty.</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$\begin{cases} 2x + y = 8 /\cdot 4 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} 8x + 4y = 32 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$
$11x = 33$ $x = 3$
$3x - 4y = 1$ $3 \cdot 3 - 4y = 1$
$-4y = 8$ $y = -2$
Odpowiedź: $x = 3$, $y = -2$.</td><td>Zdający B poprawnie pomnożył pierwsze równanie stronami przez 4 i zastosował metodę przeciwnych współczynników. Zapisał równanie z jedną niewiadomą $11x = 33$ i obliczył wartość niewiadomej *x*, za co</td></tr>
</table>

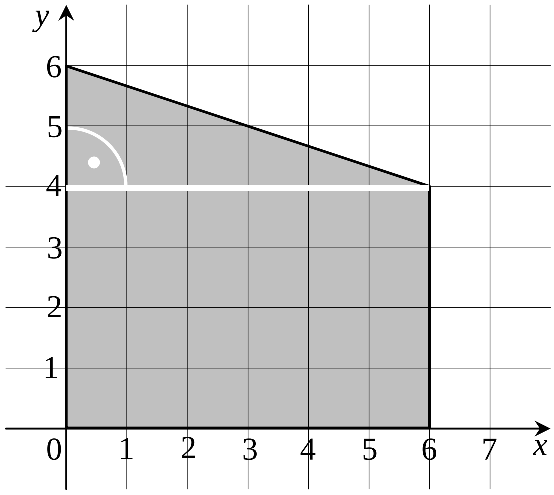
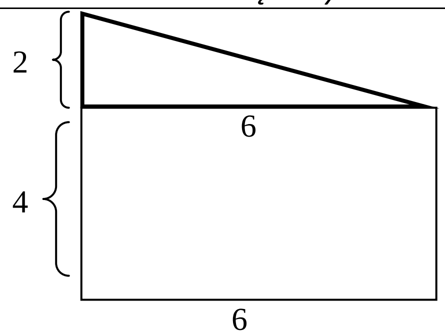
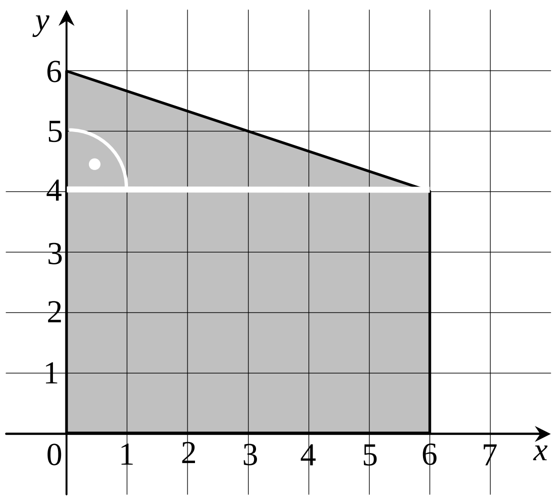
		otrzymał 2 punkty. Następnie prawidłowo podstawił obliczoną wartość do równania $3x-4y=1$, ale popełnił błąd przy redukcji wyrazów podobnych. Układ równań nie został rozwiązany prawidłowo. Zdający otrzymał 2 punkty.
C	$\begin{cases}2x+y=8\\3x-4y=1\end{cases}$ $\begin{cases}2x=-y+8\\3x-4y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\frac{1}{2}y+4\\3x-4y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\frac{1}{2}y+4\\3\left(-\frac{1}{2}y+4\right)-4y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\frac{1}{2}y+4\\-\frac{3}{2}y+4-4y=1\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\frac{1}{2}y+4\\-5\frac{1}{2}y=5\end{cases}$ $y=-\frac{5}{5\frac{1}{2}}$ *Odpowiedź: brak*	Zdający C poprawnie wyznaczył niewiadomą *x* z pierwszego równania i wstawił do drugiego, za co otrzymał 1 punkt. Dalej rozwiązywał równanie $3\left(-\frac{1}{2}y+4\right)-4y=1$, popełniając szereg błędów (źle przemnożył wyrażenie w nawiasie przez liczbę 3, a następnie źle zredukował wyrazy wolne w otrzymanym równaniu). Nie obliczył drugiej niewiadomej. Zdający otrzymał 1 punkt.
D	$\begin{cases}2x+y=8/\cdot -1\\3x-4y=1\end{cases}$ $\begin{cases}-2x-y=8\\3x-4y=1\end{cases}$ $x-5y=9$ *Odpowiedź: brak.*	Zdający D nie rozwiązał układu równań. Zaznaczył wprawdzie, że będzie mnożył pierwsze równanie przez liczbę -1, ale nie zrobił tego bezbłędnie. Przyjęta metoda nie doprowadziłaby go do rozwiązania, ponieważ pomnożenie równania przez -1 i dodanie (odjęcie) równań stronami nie spowodowałoby redukcji jednej z niewiadomych. Zdający otrzymał 0 punktów.

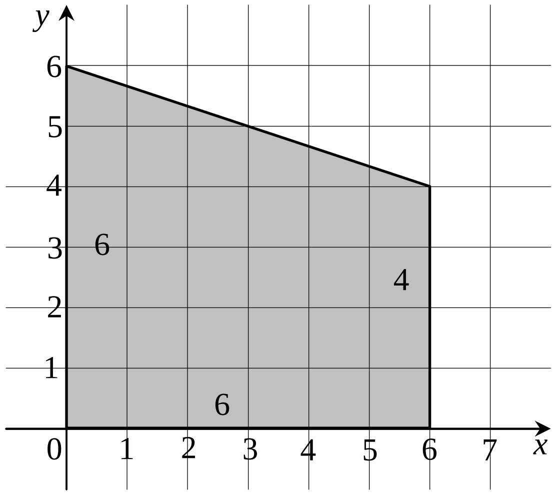
Zadanie 19. *(4 pkt)*

Oblicz pole czworokąta narysowanego w układzie współrzędnych.



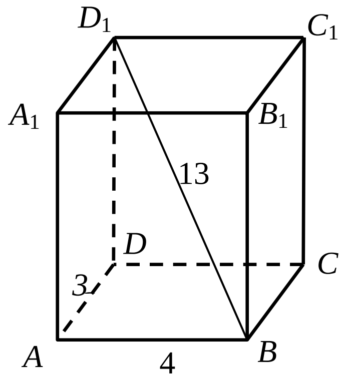
Zdający	Przykładowe odpowiedzi zdających	Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania
Zdający otrzymuje: 0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne, 1 punkt – za zauważenie, że narysowany czworokąt jest trapezem prostokątnym, lub zauważenie, że narysowany czworokąt można podzielić na figury, których pola można łatwo obliczyć, np. na prostokąt i trójkąt, lub uzupełnić trójkątem do kwadratu, 1 punkt – za zapisanie długości podstaw i wysokości trapezu, np. $a=6$, $b=4$, $h=6$, lub obliczenie pola jednej z wyodrębnionych figur, np. pola prostokąta $P_{\square}=6\cdot 4=24$, 1 punkt – za zastosowanie wzoru na pole trapezu: $P=\frac{1}{2}(6+4)\cdot 6$ lub obliczenie pola drugiej wyodrębnionej figury, np. $P_{trójkąta}=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 2=6$, 1 punkt – za obliczenie pola trapezu $P=30$. 4 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.		

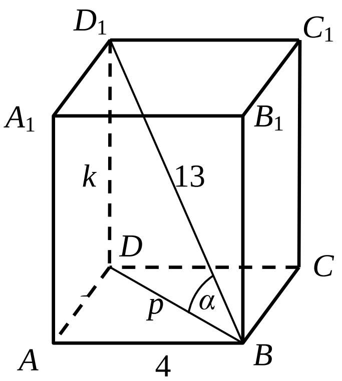
A	 $P_{\square} = 4 \cdot 6 = 24$ $P_{\Delta} = \frac{6 \cdot 2}{2} = 6$ $P_{\text{czworokąta}} = 30$ *Odpowiedź: Pole czworokąta wynosi 30.*	Zdający A podzielił czworokąt na prostokąt i trójkąt (zrobił to na rysunku). Zastosował prawidłowe wzory do obliczenia pól wyodrębnionych figur i na końcu obliczył pole całego czworokąta. Nie popełnił żadnych błędów rachunkowych. Zdający otrzymał 4 punkty.
B	 $P_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 6}{2} = 12\ \text{j}^2$ $P_{\square} = a \cdot b = 4 \cdot 6 = 24\ \text{j}^2$ $P_{\text{c}} = 12\ \text{j}^2 + 24\ \text{j}^2 = 36\ \text{j}^2$ *Odpowiedź: Pole czworokąta wynosi* $36\ \text{j}^2$.	Zdający B podzielił czworokąt na dwie figury. Poprawnie wyznaczył i zapisał na rysunku długości boków prostokąta i trójkąta. Niestety popełnił błąd, obliczając pole trójkąta. Za przedstawione rozwiązanie zdający otrzymał 3 punkty.
C		Zdający C podzielił czworokąt na dwie figury: prostokąt i trójkąt. Prawidłowo obliczył pole prostokąta, nie wiedział jednak, jak obliczyć pole trójkąta. Za przedstawione rozwiązanie otrzymał 2 punkty.

	$P_{\square}=4\cdot 6=24$ $P_{\Delta}=2^2+6^2=c^2$ $4+36=c^2$ $40=c^2 \quad c=2\sqrt{10}$ $P_{\text{czworokąta}}=24+2\sqrt{10}$. *Odpowiedź: Pole czworokąta wynosi* $24+2\sqrt{10}$.	
D	 $P=\frac{a+b}{2}\cdot h$ $P=\frac{6+6}{2}\cdot 4$ $P=\frac{12}{2}\cdot 4$ $P=24$. *Odpowiedź: Pole wynosi 24.*	Zdający D zauważył, że narysowany czworokąt jest trapezem prostokątnym. Zapisał poprawnie wzór, za pomocą którego można obliczyć jego pole. Błędnie jednak odczytał długości odpowiednich odcinków potrzebnych do obliczenia pola trapezu. Pole trapezu nie zostało więc obliczone prawidłowo. Zdający otrzymał 1 punkt.
E	$P=(6\cdot 4)+5\sqrt{15}=$ $\quad a^2+b^2=c^2$ $=24+5\sqrt{15}$ $\quad 2^2+6^2=c^2$ $c=\sqrt{4+36}$ $c=\sqrt{25+15}$ $c=5\sqrt{15}$ *Odpowiedź:* $P=24+5\sqrt{15}$.	Zdający E w swoim rozwiązaniu nie pokazał, że widzi, iż przedstawiony czworokąt jest trapezem. Nie pokazał również innego sposobu obliczenia pola figury. Przeprowadzone obliczenia są oderwane od tematu zadania i zawierają poważne błędy. Zdający otrzymał 0 punktów.

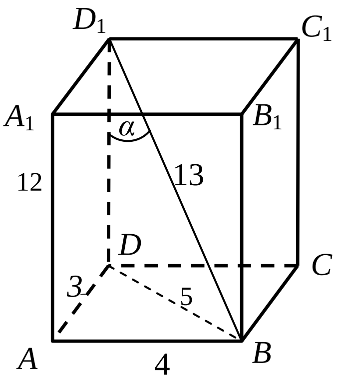
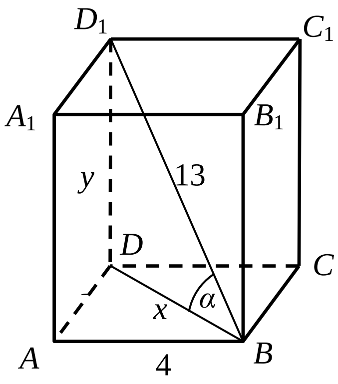
Zadanie 20. *(5 pkt)*

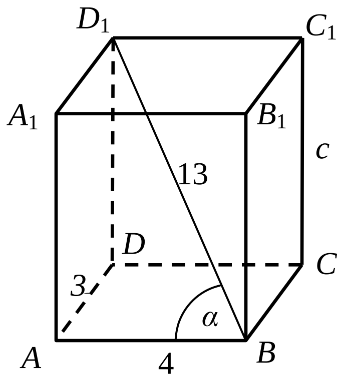
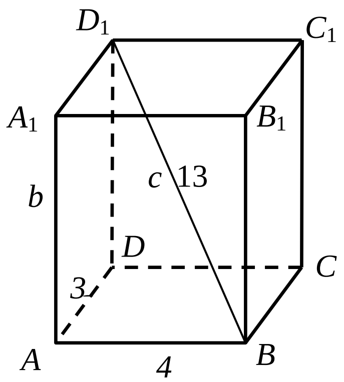
Podstawą prostopadłościanu jest prostokąt o bokach długości 3 cm i 4 cm, a jego przekątna ma długość 13 cm (zobacz rysunek). Zaznacz kąt nachylenia przekątnej do płaszczyzny podstawy. Oblicz objętość prostopadłościanu.



<table>
<tr><th>Zdający</th><th>Przykładowe odpowiedzi zdających</th><th>Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania</th></tr>
<tr><td colspan="3">Zdający otrzymuje:
0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne,
1 punkt – za zaznaczenie kąta nachylenia przekątnej prostopadłościanu do płaszczyzny podstawy,
1 punkt – za obliczenie pola podstawy prostopadłościanu: $P_{ABCD} = 12\ \text{cm}^2$,
1 punkt – za obliczenie długości przekątnej podstawy $d = 5\ \text{cm}$,
1 punkt – za obliczenie wysokości prostopadłościanu: $h = 12\ \text{cm}$,
1 punkt – za obliczenie objętości prostopadłościanu $V = 144\ \text{cm}^3$.
Uwaga: Czynności mogą być wykonane w innej kolejności, niż to powyżej zapisano.
5 punktów – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.</td></tr>
<tr><td>A</td><td>

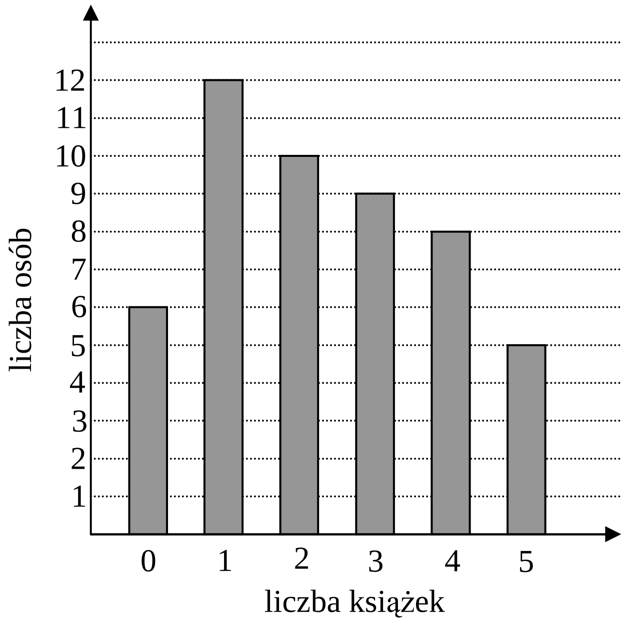
$p^2 = 3^2 + 4^2$ $k^2 + 5^2 = 13^2$
$p^2 = 9 + 16 = 25$ $k^2 = 13^2 - 5^2$</td><td>Zdający A rozwiązał zadanie poprawnie, nie popełniając błędów. Zaznaczył kąt nachylenia przekątnej prostopadłościanu do płaszczyzny podstawy α, obliczył długość przekątnej p podstawy i wysokość k prostopadłościanu, a na zakończenie jego objętość. Zdający otrzymał 5 punktów.</td></tr>
</table>

	$p=5$ $\quad k^2=144$ $k=12$ $V=3\cdot 4\cdot 12=12\cdot 12=144$ *Odpowiedź: objętość prostopadłościanu* $V=144\ \mathrm{cm}^3$.	
B	 $4^2+3^2=x^2$ $\quad 13^2=y^2+5^2$ $16+9=x^2$ $\quad 169=y^2+25$ $x=\sqrt{25}$ $\quad y=\sqrt{144}$ $x=5$ $\quad y=12$ $V=a\cdot b\cdot h$ $V=4\cdot 3\cdot 12\quad V=144\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$.	Zdający B bezbłędnie obliczył objętość prostopadłościanu i otrzymał za tę część rozwiązania 4 punkty. Nie zaznaczył jednak poprawnie wymaganego kąta między przekątną graniastosłupa i płaszczyzną podstawy. Zdający otrzymał 4 punkty.
C	 $x^2=4^2+3^2$ $\quad y^2=13^2-5^2$ $x^2=16+9$ $\quad y^2=169-25$ $x^2=25$ $\quad y^2=144$ $x=5$ $\quad y=12$ $P=2(4\cdot 3+3\cdot 12+4\cdot 12)$ $P=2(12+36+48)$ $P=192\ \mathrm{cm}^2$	Zdający C prawidłowo zaznaczył na rysunku wymagany kąt, bezbłędnie obliczył długość przekątnej podstawy prostopadłościanu i jego wysokość. Za tę część rozwiązania otrzymał 3 punkty. W dalszej części przedstawionego rozwiązania zdający oblicza pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu zamiast jego objętość. Zdający otrzymał 3 punkty.
D	$V=a\cdot b\cdot c \qquad a=4,\ b=3,\ c=?$ $a^2+b^2=c^2$ $4^2+3^2=c^2$ $16+9=c^2$	Zdający D nie zaznaczył na rysunku wymaganego kąta, natomiast miara podana w odpowiedzi jest

	$25=c^2$ to $c=5$ $V=3\cdot4\cdot5=12\cdot5=60$ *Kąt nachylenia przekątnej* $\lvert\sphericalangle D_1DB\rvert=45^\circ$.	nieprawidłowa. Poprawnie obliczył długość przekątnej podstawy, którą oznaczył literą *c*. Obliczając objętość, poprawnie obliczył pole podstawy, ale pomnożył je przez długość przekątnej podstawy prostopadłościanu zamiast przez jego wysokość. Zdający otrzymał 2 punkty.
E	 $\sqrt{4^2+3^2+c^2}=13$ $4+3+c=13$ $c=13-4-3$ $c=6$ $V=4\cdot3\cdot6$ $V=12\cdot6$ $V=72$	Zdający E źle rozwiązał zadanie. Uzyskał jeden punkt za obliczenie pola podstawy graniastosłupa, reszta rozwiązania jest nieprawidłowa. Zdający otrzymał 1 punkt.
F	 $a^2+b^2=c^2$ $4^2+b^2=13^2$ $16+b^2=169$ $b^2=153$	Zdający F nie wykonał poprawnie ani jednej czynności składającej się na rozwiązanie. Przedstawiony zapis świadczy o tym, że nie widzi on trójkąta prostokątnego, w którym można zastosować twierdzenie Pitagorasa. Zdający otrzymał 0 punktów.

Zadanie 21. *(3 pkt)*

Grupę 50 osób zapytano o liczbę przeczytanych książek w ciągu ostatniego roku. Wyniki tej ankiety przedstawione zostały na diagramie słupkowym.



21.1. Podaj, ile osób w badanej grupie przeczytało mniej niż dwie książki w ciągu ostatniego roku.
21.2. Oblicz średnią liczbę książek przeczytanych przez jednego badanego w ciągu ostatniego roku.

<table>
<tr><th>Zdający</th><th>Przykładowe odpowiedzi zdających</th><th>Komentarz do zadania. Ocena rozwiązania</th></tr>
<tr><td colspan="3">Zdający otrzymuje:
0 punktów – za brak rozwiązania albo rozwiązanie zawierające rażące błędy merytoryczne,
1 punkt – za obliczenie liczby osób, które przeczytały mniej niż dwie książki w ciągu ostatniego roku: $6+12=18$,
1 punkt – za obliczenie liczby przeczytanych książek przez całą badaną grupę w ciągu ostatniego roku: $0\cdot 6+1\cdot 12+2\cdot 10+3\cdot 9+4\cdot 8+5\cdot 5=116$,
1 punkt – za obliczenie średniej liczbę książek przeczytanych przez jednego badanego w ciągu ostatniego roku. $\frac{116}{50}=2,32$.
3 punkty – za poprawne rozwiązanie zadania inną metodą.</td></tr>
<tr><td>A</td><td>21.1. $6+12=18$
Odpowiedź: 18 osób przeczytało mniej niż 2 książki w ciągu ostatniego roku.
21.2.
$(0\cdot 6)+(1\cdot 12)+(2\cdot 10)+(3\cdot 9)+(4\cdot 8)+(5\cdot 5)=$
$=0+12+20+27+32+25=59+32+25=116$
$116:50=2\frac{8}{25}$.</td><td>Zdający A bezbłędnie rozwiązał obie części zadania i otrzymał 3 punkty.</td></tr>
</table>

B	*21.1. Odpowiedź: 18 osób przeczytało mniej niż 2 książki.* *21.2.* $(0\cdot 6)+(1\cdot 12)+(2\cdot 10)+(3\cdot 9)+(4\cdot 8)+(5\cdot 5)=$ $=6+12+20+27+25=38+59+25=116$	Zdający B poprawnie odpowiedział na pierwsze pytanie zamieszczone w zadaniu. Poprawnie obliczył liczbę przeczytanych książek przez całą badaną grupę w ciągu ostatniego roku i na tym zakończył rozwiązanie. Zdający otrzymał 2 punkty.
C	*21.1.* $6+12=18$ *Odpowiedź: Mniej niż 2 książki przeczytało 18 osób.* *21.2.* $1+2+3+4+5=15$ $15:5=3$ *Odpowiedź: Średnia = 3 książki.*	Zdający C poprawnie odczytał z diagramu liczbę osób, które przeczytały mniej niż dwie książki, i podał prawidłową odpowiedź. Nie potrafił jednak obliczyć średniej arytmetycznej liczby przeczytanych książek. Otrzymał za rozwiązanie 1 punkt.
D	*21.1.* $19+8+5=32$ *Odpowiedź: 32 osoby.* *21.2. przeczytanych 110* $44-110$ $110:44=2,5$ *Odpowiedź: Jedna osoba przeczytała średnio 2 książki.*	Zdający D nie rozwiązał prawidłowo zadania. Rozwiązując pierwszą część, obliczył liczbę osób, które przeczytały więcej niż dwie książki, natomiast w drugiej części źle obliczył liczbę przeczytanych książek przez całą badaną grupę i otrzymany wynik 110 podzielił przez 44, chociaż w treści zadania jest podana liczba ankietowanych osób. Zdający otrzymał 0 punktów.